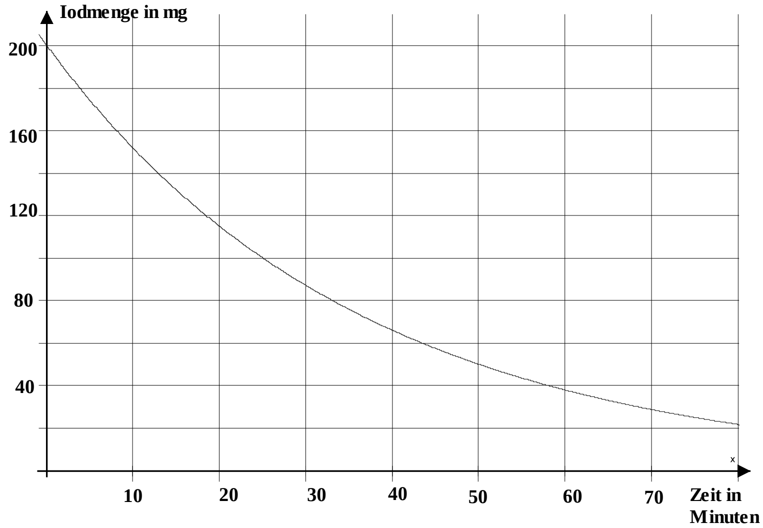
Übungen für die ZKA Wachstum

1.
200 mg des radioaktiven Iod-Isotops Iod 128 zerfallen nach dem nebenstehenden Schaubild.



a) Lies aus dem Schaubild die Halbwertszeit ab! Zeige, dass dieser radioaktive Zerfall näherungsweise durch die Gleichung $y = 200 \cdot 0{,}9727^t$, y in mg, t in Minuten nach Beobachtungsbeginn beschrieben wird!

b) Radioaktives Barium Ba 141 hat eine Halbwertszeit von ungefähr 18 min. Zum Zeitpunkt t = 0 sind 400 mg Barium und 200 mg Iod vorhanden.
Zu welchem Zeitpunkt sind von beiden Stoffen die gleichen Mengen vorhanden?

2.
In einem neu angelegten Fischteich werden 200 Fische ausgesetzt; man erwartet, dass ihre Anzahl nach einem logistischen Wachstum zunimmt, da der See höchstens 8000 Fischen Lebensraum bietet.

a) y_n sei die Anzahl der Fische n Jahre nach Anlegen des Teiches. Im ersten Jahr nimmt die Anzahl der Fische um 30% zu. Die Zahl der Fische lässt sich nach der Formel

$$y_{n+1} = y_n + k \cdot y_n \cdot (8000 - y_n) \qquad (*) \qquad \text{berechnen.}$$

Bestimme k!
Wie groß ist die Anzahl der Fische nach 4 Jahren?

b) Gib für die ersten Jahre als Näherung ein Gesetz für exponentielles Wachstum an, das den Fischbestand beim Aussetzen der Fische und nach einem Jahr exakt wiedergibt!
Wie viel Prozent beträgt der Fehler für die Anzahl der Fische nach 4 Jahren, wenn man mit dieser Näherung arbeitet?

c) In dem Teich sind 1000 Fische.
Wie viele Fische kann man jährlich fangen, ohne dass der Bestand zurückgeht?
Verwende die Formel (*) aus Teilaufgabe a) mit k = 0,0000385!

Übungen für die ZKA Wachstum

3.
Ein Walnussbaum ist bei Beobachtungsbeginn 3,6 m hoch. Ein Jahr später misst er schon 4,1 m.

a) Man nimmt an, dass der Baum exponentiell wächst.
Wie hoch wäre er 4 Jahre nach Beobachtungsbeginn? (Runde auf dm!)
Wann wäre er etwa 15 m hoch?

b) Der Baum steht auf steinigem Boden und wird deshalb höchstens 15 m hoch. Wie hoch wäre er 4 Jahre nach Beobachtungsbeginn, wenn man beschränktes Wachstum annimmt?

c) Das Baumwachstum bis zur Endhöhe von 15 m wird durch logistisches Wachstum am besten beschrieben. Dabei gilt

$$H(n+1) = H(n) + k \cdot H(n) \cdot (15 - H(n)),$$

wobei H(n) die Baumhöhe (in Metern) nach n Jahren angibt.
Welche Baumhöhe ist dann 4 Jahre nach Beobachtungsbeginn zu erwarten?

4.
Der Luftdruck p wird in Hektopascal (hPa) gemessen. Aus Messungen ist bekannt, dass er exponentiell mit der Höhe abnimmt, und zwar um durchschnittlich 12% pro Kilometer Höhenzunahme.

a) Am 12. Februar 1999 betrug der Luftdruck auf Meereshöhe 1000 hPa.
Gib die Funktion an, mit der man an diesem Tag für die Höhe h (in km) über dem Meeresspiegel den Luftdruck p (in hPa) berechnen kann!
Wie groß war an diesem Tag der Luftdruck in 4500 m Höhe über dem Meeresspiegel?
Um wie viel Prozent hat der Druck gegenüber dem Wert auf Meereshöhe abgenommen?
In welcher Höhe registrierte damals ein Wetterballon einen Luftdruck von 400 hPa?

b) Wie groß war der Luftdruck am 18. März 1999 in 500 m Höhe über dem Meeresspiegel, wenn an diesem Tag die Wetterstation auf dem Feldberg (1493 m) einen Luftdruck von 854 hPa registrierte?

5.
Radioaktive Stoffe senden Strahlen aus und zerfallen dabei. Die Masse eines radioaktiven Elementes nimmt exponentiell in Abhängigkeit von der Zeit ab. 1986 wurden bei einem Reaktorunfall in Tschernobyl unter anderem radioaktives Jod 131 und Cäsium 137 freigesetzt.

a) Die Masse des radioaktiven Jods 131 nimmt pro Tag um 8% ab. Wie viel Milligramm sind nach 10 Tagen noch vorhanden, wenn es ursprünglich 100 mg waren?

b) Cäsium 137 hat eine Halbwertszeit von 30 Jahren. Welcher Anteil (in Prozent) der anfangs vorhandenen Menge Cäsium ist nach 13 (17) Jahren noch vorhanden?

Übungen für die ZKA Wachstum

6.
Zwei verschiedene Flüssigkeiten A und B kühlen ab. A hat zu Beginn der Beobachtung eine Temperatur von 100°C, B hat zum gleichen Zeitpunkt eine Temperatur von 80°C.
Nach 10 Minuten hat sich A auf 74°C, B auf 70°C abgekühlt. Es wird angenommen, dass die Temperaturabnahme von A und B exponenziell erfolgt.
a) Welche Temperatur hat die Flüssigkeit A 15 Minuten nach Beobachtungsbeginn?
Wie lange dauert es, bis die Temperatur von A noch 30°C beträgt?
b) Wie lange dauert es, bis die Flüssigkeiten A und B die gleiche Temperatur erreicht haben?

7. Auf der schwäbischen Alb gibt es Tümpel, deren Wasserstand nur durch die Verdunstung und die Niederschläge reguliert wird. Im Sommer kann mit einer täglichen Verdunstung von 4% des morgens vorhandenen Wassers gerechnet werden.
a) Ein solcher Tümpel fasst 320 m^3 Wasser.
Wie viel Wasser enthält der Tümpel nach 7 regenlosen Tagen?
Wie lange muss das schöne Wetter dauern, damit nur noch $\frac{1}{4}$ des Wassers vorhanden ist?
b) Bei einer Wassermenge von 240 m^3 beginnt es zu regnen. Der Regen ist zunächst so stark, dass der Wasserstand unverändert bleibt.
Wie viele Liter Regenwasser fließen dann täglich in den Tümpel?
Der Regen wird stärker und liefert 12 m^3 Wasser pro Tag.
Berechne die Wassermenge im Tümpel für die nächsten zwei Tagen!
Zeige, dass dabei ein begrenztes Wachstum vorliegt!
Welcher Grenze strebt die Wassermenge im Tümpel zu?