

# Wachstum 1, 2

1a) Hälfte der 200mg bei  $t=25$ min erreicht (od 128)

$$y = 200 \cdot 0,9727^t \Rightarrow y(0) = 200 \checkmark \quad y(25) = 100,1 \checkmark$$

oder besser  $200 \cdot \frac{1}{2} = 200 \cdot 0,9727^t$   
 $\frac{25}{1/2} = 0,972655$

1b) Ba 144:  $y = 400 \cdot a^t$   $T_{1/2} = 18$ min

$$\hookrightarrow \frac{18}{1/2} = 0,9622 \Rightarrow y = 400 \cdot 0,9622^t$$

$$\Rightarrow 200 \cdot 0,9727^t = 400 \cdot 0,9622^t$$

$$\left(\frac{0,9727}{0,9622}\right)^t = \frac{400}{200} \Rightarrow t = \frac{\log(2)}{\log\left(\frac{0,9727}{0,9622}\right)} = \underline{\underline{63,86 \text{ min}}}$$

! Achtung: Antwort auf Lösep-PDF ist falsch !!

2a)  $B(0) = 200$  Fische  $B(\text{max}) = 8000$   $u = \text{Saline}$

$$B(1) = 200 \cdot 1,3 \quad (+30\%) = 260$$

Wert  $B(0)$  und  $B(1)$   $\rightarrow$   $y_{\text{max}} = y_u + k \cdot y_u (8000 - y_u)$   
 $260 = 200 + k \cdot 200 (8000 - 200) \Rightarrow \frac{260 - 200}{200(8000 - 200)} = k = \underline{\underline{0,0000385}}$

$$B(2) = 260 + k \cdot 260 (8000 - 260) = 337,4$$

$$B(3) = 337 + k \cdot 337 (8000 - 337) = 436$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{B(4) = 436 + k \cdot 436 (8000 - 436) = 562,8 \approx 563}}$$

2b)  $B(u) = B(0) \cdot 1,3^u \Rightarrow B(4) = 200 \cdot 1,3^4 = 571$

$$\Rightarrow 571 / 563 = 1,0142 \Rightarrow \underline{\underline{\text{Zelle: } +1,42\%}}$$

2c)  $B(u) = 1000$  (Idee: Fertigungsquote =  $B(u+1) - B(u)$ )

$$\Rightarrow B(u+1) = 1000 + k \cdot 1000 (8000 - 1000) = 1269 \Rightarrow \underline{\underline{1269 - 1000 = 269}}$$

# Wachstum 3,4

3a)  $B(0) = 3,6 \text{ m}$   $u = \text{Jahre}$   $B(1) = 4,1 \text{ m}$

Exponentielles Wachstum:  $B(u) = B(0) \cdot a^u \rightarrow B(1) = 4,1 = 3,6 \cdot a^1$

also  $B(4) = 3,6 \cdot a^4 = 6,056$

$\Rightarrow \frac{4,1}{3,6} = a = 1,138$

auf dem gerundet: 6,1 m

$B(u) = 3,6 \cdot a^u = 15 \text{ m} \Rightarrow u \cdot \ln(a) = \ln\left(\frac{15}{3,6}\right) \Rightarrow u = \frac{\ln\left(\frac{15}{3,6}\right)}{\ln(a)} = 10,97$

$\Rightarrow u \approx 11 \text{ Jahre}$

3b)  $B(\text{max}) = 15 \text{ m}$  Beschränktes Wachstum:  $B(u+1) = B(u) + c(15 - B(u))$

$B(1) = 4,1 = 3,6 + c(15 - 3,6) \Rightarrow c = \frac{4,1 - 3,6}{15 - 3,6} = 0,0439$

$\Rightarrow B(2) = 4,1 + c(15 - 4,1) = 4,578$

$B(3) = 4,578 + c(15 - 4,578) = 5,035$

$B(4) = 5,035 + c(15 - 5,035) = 5,472 \Rightarrow$  auf dem gerundet: 5,5 m

3c) Logistisches Wachstum, Formel ist angegeben

$H(1) = H(0) + k \cdot H(0) \cdot (15 - H(0))$

$\Rightarrow 4,1 = 3,6 + k \cdot 3,6(15 - 3,6) \Rightarrow k = \frac{4,1 - 3,6}{3,6(15 - 3,6)} = 0,0122$

$\Rightarrow H(2) = 4,1 + k \cdot 4,1(15 - 4,1) = 4,64$

$H(3) = 4,64 + k \cdot 4,64(15 - 4,64) = 5,23$

$H(4) = 5,23 + k \cdot 5,23(15 - 5,23) = 5,85$

$\Rightarrow$  auf dem: 5,9 m

5,8 m  
je nach Rundung  
dortweilen...

4a) Entwicklung Luftdruck:  $B(u) = B(0) \cdot 0,88^u$   $u$  in Kilometer

12.2.99:  $p(u) = 1000 \text{ kPa} \cdot 0,88^u$  "

$4500 \text{ m} = 4,5 \text{ km} \rightarrow p(4,5) = 1000 \cdot 0,88^{4,5} = 562,6 \approx 563 \text{ kPa}$

in Prozent:  $1 - \frac{563}{1000} = 0,437 \rightarrow 43,7\%$

$p(u) = 600 = 1000 \cdot 0,88^u \Rightarrow u = \frac{\ln\left(\frac{600}{1000}\right)}{\ln(0,88)} = 7,169 \text{ km} \approx 7,2 \text{ km}$

4b) 18.3.99:  $p(1,493) = 854 = p(0) \cdot 0,88^{1,493} \Rightarrow p(0) = \frac{854}{0,88^{1,493}} = 1033,64 \text{ Pa}$

$\Rightarrow p(0,5) = 1033,6 \cdot 0,88^{0,5} = 969,64 \text{ Pa} \approx 970 \text{ Pa}$

# Wachstum 5, 6, 7

5a) Ja, 1986, ich erinnere mich. Wir hatten schulfrei!

131I:  $B(u) = B(0) \cdot 0,92^u$  u in Tag

$\Rightarrow B(10) = 100 \text{ mg} \cdot 0,92^{10} = \underline{\underline{63,4 \text{ mg}}}$

5b)  $^{137}\text{Cs}$   $T_{1/2} = 30 \text{ y}$   $\Rightarrow \sqrt[30]{0,5} = 0,9772 \Rightarrow B(u) = B(0) \cdot 0,9772^u$

$\rightarrow 0,9772^{13} = 0,7405 \rightarrow \underline{\underline{74,05\%}}$

$\rightarrow 0,9772^{17} = 0,6752 \rightarrow \underline{\underline{67,52\%}}$

6a)  $T_a(0) = 100^\circ\text{C}$   $T_b(0) = 80^\circ\text{C}$  exponentiell:  $T(u) = T(0) \cdot a^u$  u in Minuten  
 $T_a(10) = 74$   $T_b(10) = 70$

$\Rightarrow T_a(10) = 74 = 100 \cdot a^{10} \Rightarrow a = \sqrt[10]{\frac{74}{100}} = 0,9703$

$\Rightarrow T_a(15) = 100 \cdot a^{15} = \underline{\underline{63,7^\circ \approx 64^\circ \text{ C}}}$

$T_a(u) = 30^\circ = 100 \cdot a^u \rightarrow u = \frac{\ln(\frac{30}{100})}{\ln(a)} = \underline{\underline{40 \text{ Minuten}}}$

6b)  $T_b(10) = 70 = 80 \cdot b^{10} \Rightarrow b = \sqrt[10]{\frac{70}{80}} = 0,9867$

$\Rightarrow 80 \cdot b^u = 100 \cdot a^u \Rightarrow \frac{80}{100} = \frac{a^u}{b^u} \Rightarrow \frac{80}{100} = \left(\frac{a}{b}\right)^u \Rightarrow \ln\left(\frac{80}{100}\right) = u \cdot \ln\left(\frac{a}{b}\right)$

$\Rightarrow u = \frac{\ln(\frac{80}{100})}{\ln(\frac{a}{b})} = \underline{\underline{13,32 \approx 13 \text{ Min}}}$

7a)  $B(\text{max}) = 320 \text{ m}^3$  Verdunstung:  $B(u) = B(0) \cdot 0,96^u$  u in Tag

$\rightarrow B(7) = 320 \cdot 0,96^7 = 240 \text{ m}^3$

$\rightarrow B(u) = \frac{1}{4} \cdot 320 = 80 = 320 \cdot 0,96^u \Rightarrow \ln\left(\frac{80}{320}\right) = u \cdot \ln(0,96) \Rightarrow u = \frac{\ln(\frac{80}{320})}{\ln(0,96)} = 35,96$

[Addity: Fehler in PDF-Lösung]  $\approx \underline{\underline{34 \text{ Tage}}}$

7b)  $B(0) = 240 \text{ m}^3$

4% Verdunstung = Regenmenge  $\Rightarrow 240 \cdot 0,04 = 9,6 \text{ m}^3$  [Addity: in PDF stehen liter. Das ist falsch!]

Regen(stärke) =  $12 \text{ m}^3/\text{Tag}$

$= \underline{\underline{9600 \text{ l}}}$

$\Rightarrow B(1) = B(0) \cdot 0,96 + 12 = \underline{\underline{242,4 \text{ m}^3}}$

$\Rightarrow B(2) = 242,4 \cdot 0,96 + 12 = \underline{\underline{244,7 \text{ m}^3}}$

Regenloses Wachstum bei Regenmenge von  $12 \text{ m}^3/\text{Tag}$ : Wenn im Tümpel so viele  $\text{m}^3$  sind, dass

sich die Regenmenge und die Verdunstung auf Null aufheben:  $0,04 \cdot X = 12 \text{ m}^3 \Rightarrow X = \underline{\underline{300 \text{ m}^3}}$

$\Rightarrow B(u+1) = B(u) - \underbrace{0,04 \cdot B(u)}_{\text{Verdunstung}} + \underbrace{0,04 \cdot 300}_{\substack{\text{Verdunstung} \\ = \text{Regenmenge}}} \xrightarrow{\text{ausblenne-u!}} B(u+1) = B(u) + 0,04(300 - B(u))$