Körper 1,2

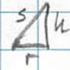
1a) $\text{Umfang}_{\text{Zylinder}} = 24\,cm = 2\pi r \Rightarrow \underline{\underline{r}} = \frac{24}{2\pi} = \underline{\underline{3{,}82\,cm}}$

V_{Zyl} = Bodenfläche × Höhe $= \pi r^2 \cdot h = (3{,}82)^2 \cdot \pi \cdot 12 = \underline{\underline{550\,cm^3}}$

1b)  Der Halbkreis mit $r = 12\,cm$ wird zum Vollkreis: $\frac{1}{2}(2\pi r_1) = 2\pi r_2 \Rightarrow \cancel{\pi} r_1 = 2\cancel{\pi} r_2$

$\Rightarrow r_2 = \frac{1}{2} r_1 = 6\,cm$ ✓

Volumen Kegel: $\frac{1}{3}$ Grundfläche × Höhe $\quad V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h \quad r = 6\,cm,\ h = ?$

$\Rightarrow$ Schnitt durch den Kegel: 

s ist $\frac{24}{2}$ vom Papierblatt $\Rightarrow h = \sqrt{12^2 - 6^2} = 10{,}4$

$\Rightarrow \underline{\underline{V_{Kegel}}} = \frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 10{,}4}{3} = 391{,}78\,cm^3 \approx \underline{\underline{392\,cm^3}}$

2a) Zylinder + Quader 

$\hookrightarrow V = a \cdot b \cdot c = 1 \cdot 1 \cdot 2 = 2\,m^3$

$\hookrightarrow V$ = Boden × Höhe $= \pi r^2 \cdot h = \pi\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 2 = 1{,}57\,m^3$

$\Big\}\ \Sigma = 3{,}57\,m^3 = \underline{\underline{3570\text{ liter}}}$

2b) Untere Wanne: $1{,}57/2 = 0.785\,m^3 = 785\,l$; $2000 - 785 = 1215\,l = 1{,}215\,m^3$

$\Rightarrow 1{,}215\,m^3 = a \cdot b \cdot x = 1 \cdot 2 \cdot x \Rightarrow x = 0{,}6075\,m$

Achtung: Unterer Halbzylinder + diese x-Höhe $= \frac{1}{2} + 0{,}6075 = \underline{\underline{1{,}11\,m}}$

2c) $V_{neu} = 3 = a\underset{2}{b}\underset{1}{c} + \pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \underset{2}{b} = 2a + \frac{2\pi}{4}a^2$

$\Rightarrow \frac{2\pi}{4}a^2 + 2a - 3 = 0$

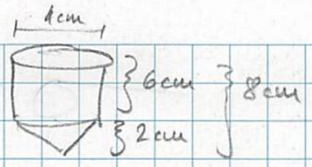
$\Rightarrow$ Mitternachtsformel: $a_{1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot \frac{2\pi}{4} \cdot (-3)}}{2 \cdot \frac{2\pi}{4}} = \frac{-2 \pm 4{,}78}{\pi} = \underline{\underline{0{,}885\,m}}$

negatives Resultat macht keinen Sinn!

Achtung: PDF-Lösung 0,8m zu ungenau! (Nachrechnen)

Körper 3, 4

3a) Hohlraum ausgebohrt:



$V_{Zyl.} = \pi r^2 h = \pi 2^2 \cdot 6 = 75{,}4\,cm^3$

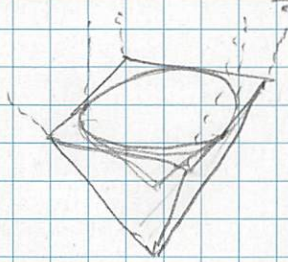
$V_{Kegel} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi 2^2 \cdot 2 = 8{,}4\,cm^3$

$83{,}8\,cm^3$

$\rightarrow V_{Pyramide} = \frac{1}{3}$ Grundfläche $\cdot$ Höhe $= \frac{1}{3}\cdot 10^2 \cdot 15 = 500\,cm^3$

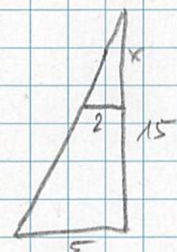
$\Rightarrow$ Prozente: $83{,}8 / 500 = 0{,}168 = \underline{\underline{16{,}8\%}}$

3b) Quadratur des Kreises :-)



Also: bei welcher Höhe der Pyramide ist die Grundfläche = Bohrerdurchmesser.

$\text{Durchmesser}_{Bohrer} = 4\,cm = \text{Kantenlänge}_{Pyr.-spitze}$



$\frac{x}{15} = \frac{2}{5} \Rightarrow x = 6$

$-$ Bohrerspitze (2cm)

$= 4$

$\rightarrow$ Tiefe: $15\,cm - 4\,cm = \underline{\underline{11\,cm}}$

4a) $V = V_{Zylinder} + 2\cdot V_{Kegel} = \underbrace{\pi r^2 h_z + 2\cdot\frac{1}{3}\pi r^2 h_k}_{\pi r^2\left(h_z + \frac{2}{3}h_k\right)}$ $\quad r = a,\ h_z = a,\ h_k = \frac{1}{2}a$

$\Rightarrow V = \pi a^2\big(\underbrace{a + \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}a}_{\frac{3}{3}a + \frac{1}{3}a = \frac{4}{3}a}\big) \Rightarrow \underline{\underline{V = \frac{4}{3}\pi a^3}}$

4b) $V = V_{Zylinder\,(h=2a)} - 2V_{Kegel} = \pi r^2\left(h_z - \frac{2}{3}h_k\right) = \pi a^2\big(\underbrace{2a - \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}a}_{\frac{6}{3}a - \frac{1}{3}a = \frac{5}{3}a}\big) \Rightarrow \underline{\underline{V = \frac{5}{3}\pi a^3}}$

Prozent: $\frac{\frac{5}{\cancel{3}}\cancel{\pi a^3}}{\frac{4}{\cancel{3}}\cancel{\pi a^3}} = \frac{5}{4} = 1{,}25 \Rightarrow$ um 25%

4c) Mantelflächen der Kegel bleiben. Mantelfläche des Zylinders ist doppelt so groß.

$\Rightarrow V_1 \longrightarrow V_2 = V_1 + 2\pi \underset{=a}{r}\cdot a = V_1 + \boxed{2\pi a^2}$

4d) $V_I = \frac{4}{3}\pi a^3 = \frac{4}{3}\pi r^3$ Formelsammlung: I Kugel mit Radius a

II Kegel mit $r = a$ und $h = 4a$ $\left(\frac{1}{3}\pi r^2 h\right)$

$\frac{4}{3}\pi a^2 \cdot a$

III Zylinder mit $r = a$ und $h = \frac{4}{3}a$ $\left(\pi r^2 h\right)$