KULTUSMINISTER
KONFERENZ

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG ZUM EINTRITT IN DIE QUALIFIKATIONSPHASE DER GYMNASIALEN OBERSTUFE UND ZENTRALE KLASSENARBEIT AN DEUTSCHEN SCHULEN IM AUSLAND 2016

MATHEMATIK

03. März 2016

Zeitzone MITTE
Vorschlag A

Hinweise für die Lehrerinnen und Lehrer:
Es werden zwei Vorschläge (**A** und **B**) vorgelegt. Die Lehrkraft wählt **einen** davon aus. Alle Aufgaben des ausgewählten Vorschlags sind zu bearbeiten.
Der Vorschlag besteht aus zwei Teilen 1 und 2, die innerhalb von **135 Minuten** zu bearbeiten sind.

Teil 1 - hilfsmittelfreier Teil (Gewichtung 25% = 15 BE):
Dieser Teil ist in den Vorschlägen A und B identisch.
Die Aufgaben sind auf dem **Aufgabenblatt** zu lösen.
Die Arbeitszeit beträgt maximal **35 Minuten**.
Für die Bearbeitung der Aufgaben sind ausschließlich folgende Hilfsmittel zugelassen:
- Zeichengeräte
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Teil 1 wird spätestens 35 Minuten nach Arbeitsbeginn eingesammelt.
Anschließend sind weitere Hilfsmittel zugelassen.

Teil 2 (Gewichtung 75% = 45 BE):
Die zwei Aufgaben sind auf dem von der Schule gestempelten oder mit dem Kopfbogen der Schule versehenen Papier bzw. auf den Anlagen zu lösen.
Für die Bearbeitung der Aufgaben sind folgende **Hilfsmittel** zugelassen:
- die im Unterricht verwendete Formelsammlung
- nicht-programmierbarer und nicht-graphikfähiger Taschenrechner
- für Teil 1 zugelassene Hilfsmittel

Der Lösungsweg muss in Teil 1 und Teil 2 erkennbar sein.

Grundsätzliches zur Bewertung

Es werden nur ganze Bewertungseinheiten (BE) erteilt.
Die nachfolgend angegebenen Lösungen sind als Orientierungsrahmen zu verstehen. Für gleichwertige Leistungen ist die Verteilung der BE sinngemäß vorzunehmen.
Die pro Aufgabenteil erreichbare BE-Anzahl (Angabe in der rechten Randleiste) ist verbindlich.

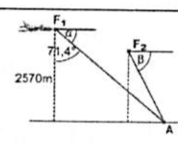
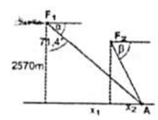
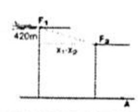
Bei schwerwiegenden und gehäuften Verstößen gegen die mathematische oder die äußere Form können insgesamt bis zu 2 BE abgezogen werden.

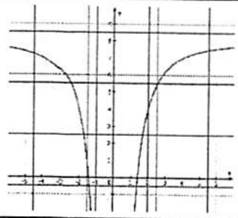
Wenn im Folgenden exakte Werte angegeben sind, so wird die volle Anzahl der BE auch dann erteilt, wenn der Prüfling Näherungswerte verwendet.

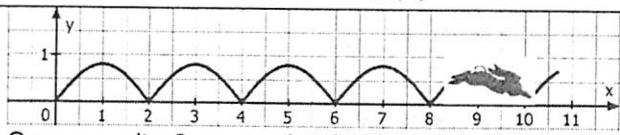
Verbindlicher Notenschlüssel:

Note	1	2	3	4	5	6
BE	60 – 51	50 - 42	41 - 33	32 – 24	23 - 12	11- 0

	Teil 1 (hilfsmittelfreier Teil)	AFB	BE
1.	D	I	1
2.	B	I	1
3.	C	I	1
4.	E	I/II	1
5.	A	I/II	1
6.	a) $5{,}974 \cdot 10^{24}$ kg b) $x^3(1+x^{-5})$	I/II	2
7.	Die y-Werte halbieren sich immer, wenn x um 1 größer wird. $y=10 \cdot 0{,}5^x$	II	2
8.	Zeichnung $P(-10 \mid -24)$, $Q(12 \mid 20)$ $y=-\frac{1}{2}x+3$	I/II	3
9.	$5^2+x^2=(x+3)^2;\ 25+x^2=x^2+6x+9;\ x=2{,}\overline{6}\,[\text{cm}]$	II/III	3
	SUMME:		**15**

	Teil 2, Aufgabe 1:	AFB	BE
1.1 a)	rechtwinkliges Dreieck: $\cos(71{,}4°)=\frac{2570}{\overline{F_1A}};\ \overline{F_1A}=\frac{2570}{\cos(71{,}4°)}\approx 8057{,}45\ [\text{m}]$  	I/II	4
b)	$\tan(71{,}4°)=\frac{x_1}{2570};\ x_1\approx 7636{,}60\ [\text{m}]$ $\tan(90°-\beta)=\frac{x_2}{2570-420};\ x_2=2150\cdot\tan(45{,}2°)\approx 2165{,}06\ [\text{m}]$ $\overline{F_1F_2}=\sqrt{420^2+(7636{,}60-2165{,}06)^2}$ $\approx 5487{,}64\ [\text{m}]$   	II	5
1.2 a)	Graph (siehe bei b) $ID=IR\setminus\{0\};\ IW=(-\infty,8)$	II	2 2

b)	$6 = -\frac{16}{x^2} + 8;\ \frac{16}{x^2} = 2;\ x^2 = 8;\ x_{1,2} = \pm\sqrt{8};$ Durchmesser $d = 2\sqrt{8} \cdot 10\,\text{cm} = 20\sqrt{8}\,\text{cm}$ 	II	3
c)	$y = \frac{1}{2}\sqrt{8}x + b;\ 6 = \frac{1}{2}\sqrt{8} \cdot \sqrt{8} + b;\ b = 2$ $V_K = \frac{1}{3}\pi \cdot \sqrt{8}^2 \cdot 4 = \frac{32}{3}\pi;\ V_K = \frac{32}{3}\pi \cdot 1000\ [\text{cm}^3] = \frac{32}{3}\pi\ [\text{l}] \approx 33{,}51\ [\text{l}]$	II	4
d)	Durchmesser $d = 40\,\text{cm}$, also $d = 4$ bzw. $x_{1,2} = \pm 2;\ 6 = -\frac{16}{(\pm 2)^2} + a;\ a = 6 + 4 = 10$	III	3
			23

	Teil 2, Aufgabe 2:	**AFB**	**BE**
2.1 a)	$y = 9 \cdot 1{,}1^{100} = 124025{,}51$; etwa 124025 Kaninchen $100000 = 20000 \cdot 1{,}1^x;\ x = \log_{1,1}(5) \approx 16{,}89$; also im Jahr 1997	I II	2 2
b)	 Sprungweite 2 m; maximale Höhe 80 cm.	II	2
	z.B. $y = 0{,}8 \cdot \sin(0{,}5\pi \cdot (x-2))$	II	1
c)	x ist die kürzere Seite, 10-2x die längere Seite; das Produkt liefert den Flächeninhalt $A(x) = -2x^2 + 10x = -2\left[x^2 - 5x\right] = -2\left[(x-2{,}5)^2 - 6{,}25\right] = -2(x-2{,}5)^2 + 12{,}5$ Eine nach untengeöffnete Parabel mit $S(2{,}5 \mid 12{,}5)$. Ist $x = 2{,}5\,\text{m}$ und $y = 5\,\text{m}$, so ist der Flächeninhalt mit $12{,}5\,\text{m}^2$ am größten.	II/III	4
2.2 a)	$V = \frac{1000\,\text{g}}{1{,}3\,\text{g}/\text{cm}^3} \approx 769{,}23\ \text{cm}^3 \approx 0{,}77$ Liter	I	2
b)	Z. B. graphische Lösung mithilfe einer Ausgleichsgeraden: Absatz $a_{2016} \approx 155$ [Mill.]	II	2
c)	$P(\text{alle 4 ok}) = 0{,}95^4 \approx 0{,}8145 \approx 81{,}45\%$ $P(\text{einer der 4 nicht ok}) = 0{,}95^3 \cdot 0{,}05 \cdot 4 \approx 0{,}1715 \approx 17{,}15\%$	I II	1 2
d)	Durchmesser Kugel: $d_K = 0{,}5 \cdot (8{,}32 + 6{,}39) = 7{,}355;\ r_K = 3{,}6775\,[\text{m}]$ $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_K^3 \approx 208{,}33\ [\text{m}^3]$; Masse $m = V \cdot 1300 \approx 270825{,}78\,[\text{kg}]$ Hohlkugel mit Masse 2000kg und innerem Radius r : $V \cdot 1300 - \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot 1300 = 2000;\ \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = V - \frac{2000}{1300};\ r^3 = \frac{3}{4 \cdot \pi} \cdot \left(V - \frac{2000}{1300}\right) \approx 49{,}37$ $r \approx 3{,}66\,[\text{m}]$; Dicke x der Schokolade $x = 3{,}6775 - r \approx 0{,}00907\,[\text{m}] \approx 1\,[\text{cm}]$	II/III	4
			22

	GESAMTSUMME:	**60**