KULTUSMINISTER
KONFERENZ

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG ZUM EINTRITT IN DIE QUALIFIKATIONSPHASE DER GYMNASIALEN OBERSTUFE UND ZENTRALE KLASSENARBEIT AN DEUTSCHEN SCHULEN IM AUSLAND 2016

MATHEMATIK

03. März 2016

Zeitzone MITTE
Vorschlag A

Hinweise für die Schülerinnen und Schüler:
Die schriftliche Prüfung / zentrale Klassenarbeit besteht aus zwei Teilen 1 und 2, die innerhalb von **135 Minuten** zu bearbeiten sind.

Teil 1 - hilfsmittelfreier Teil (Gewichtung 25% = 15 BE):
Die Aufgaben sind auf dem **Aufgabenblatt** zu lösen.
Die Arbeitszeit beträgt maximal **35 Minuten**.
Für die Bearbeitung der Aufgaben sind ausschließlich folgende Hilfsmittel zugelassen:
- Zeichengeräte
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Anschließend sind weitere Hilfsmittel zugelassen.

Teil 2 (Gewichtung 75% = 45 BE):
Die zwei Aufgaben sind auf dem von der Schule gestempelten oder mit dem Kopfbogen der Schule versehenen Papier bzw. auf den Anlagen zu lösen.
Für die Bearbeitung der Aufgaben sind folgende **Hilfsmittel** zugelassen:
- die im Unterricht verwendete Formelsammlung
- nicht-programmierbarer und nicht-graphikfähiger Taschenrechner
- für Teil 1 zugelassene Hilfsmittel

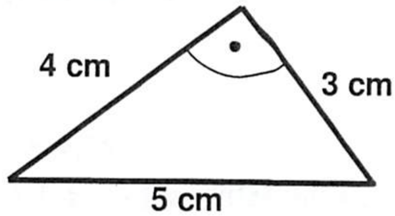
Die Abbildungen sind in der Regel nicht maßstäblich.
Der Lösungsweg muss in Teil 1 und Teil 2 erkennbar sein.

Name, Vorname: ______________________________ **Teil 1**

In den Aufgaben 1 bis 5 ist von den jeweils fünf Auswahlmöglichkeiten genau eine Lösung richtig. Kreuzen Sie jeweils die richtige Lösung an.	BE:

1. Welchen Flächeninhalt hat das abgebildete Dreieck? 1

   A 10 cm²
   B 12 cm²
   C 7,5 cm²
   D 6 cm²
   E 15 cm²



2. Welche Zahl löst die Gleichung $-5 \cdot (x+3) = 15x + 5$? 1

   A -4
   B -1
   C 1
   D 4
   E 5

3. Welcher der folgenden Körper ist ein Prisma? 1

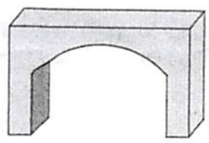
A

B

C

D

E

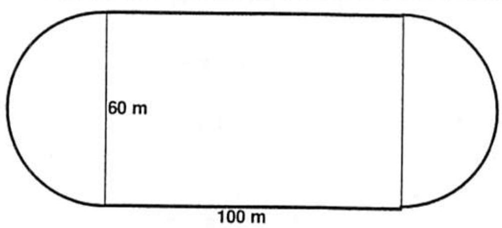


4. Tom greift mit geschlossenen Augen in einen Beutel mit gleich großen Kugeln. Auf jeder Kugel steht ein anderer Buchstabe des gesamten Alphabets. Er möchte mit diesen Kugeln bzw. Buchstaben der Reihe nach seinen Namen schreiben. Er legt die Kugel jedes Mal wieder zurück.
   Mit welcher Wahrscheinlichkeit schafft er das? 1

A	B	C	D	E
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{26} \cdot \frac{1}{25} \cdot \frac{1}{24}$	$\frac{3}{26} \cdot \frac{3}{25} \cdot \frac{3}{24}$	$\frac{3}{26} \cdot \frac{3}{26} \cdot \frac{3}{26}$	$\frac{1}{26} \cdot \frac{1}{26} \cdot \frac{1}{26}$

5. Wie groß ist der gesamte Flächeninhalt des abgebildeten Spielfeldes einschließlich der Halbkreise (in m²) ? 1

   A $6000 + 900 \cdot \pi$
   B 6000
   C $450 \cdot \pi + 6000$
   D $6000 + 3600 \cdot \pi$
   E $1800 + 6000 \cdot \pi^2$



6. (2 BE)

a) Schreiben Sie mit einer Zehnerpotenz, sodass vor dem Komma genau eine Ziffer ungleich null steht:
Die Masse der Erde beträgt 5.974.000.000.000.000.000.000.000 kg.

b) Formen Sie die Summe $x^3 + x^{-2}$ in ein Produkt mit zwei Faktoren um. Der erste Faktor ist x^3.

7. (2 BE)

Begründen Sie, dass die Werte eine exponentielle Abnahme beschreiben. Geben Sie eine Gleichung für diese Abnahme an.

x	0	1	2	3
y	10	5	2,5	1,25

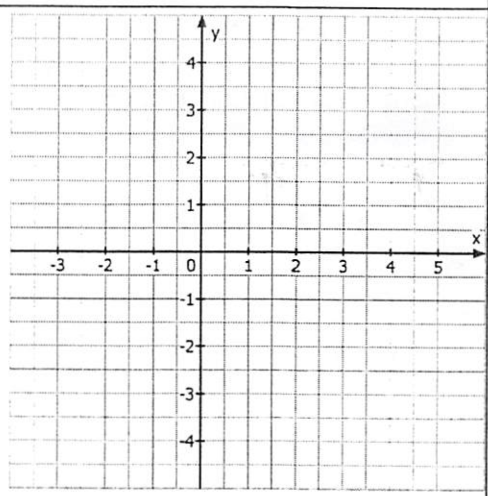
8. (3 BE)

Gegeben ist die Gerade g mit $y = 2x - 4$.

a) Zeichnen Sie die Gerade in das Koordinatensystem.

b) Geben Sie die fehlenden Koordinaten von P(-10|?) und von Q(?|20) an.

c) Geben Sie eine Gleichung der Geraden an, die durch (0|3) und senkrecht zu g verläuft.



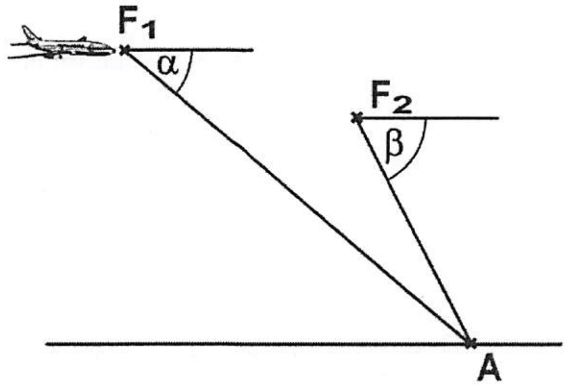
9. (3 BE)

In einem Rechteck ist eine Seite 5 cm lang. Die andere Seite ist 3 cm kürzer als die Diagonale des Rechtecks.
Berechnen Sie die Länge der anderen Seite.

Teil 1, erreichte Bewertungseinheiten BE (von maximal 15 BE):

Aufgabe 1:

1.1



Ein Flugzeug fliegt in 2570 m Höhe über dem Flachland. Der Pilot sieht den Ort A unter dem Tiefenwinkel $\alpha = 18{,}6°$. Eine Minute später hat das Flugzeug 420 m an Höhe verloren. Der Ort A erscheint nun unter dem Tiefenwinkel $\beta = 44{,}8°$ (siehe Abbildung).

a) Berechnen Sie die Länge von $\overline{F_1A}$.

b) Berechnen Sie die Länge von $\overline{F_1F_2}$.

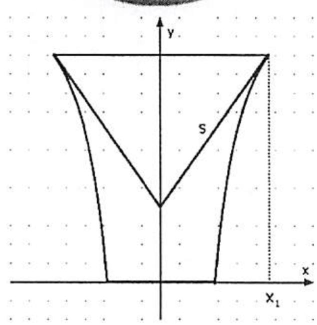
1.2

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -\frac{16}{x^2} + 8$.

a) Zeichnen Sie den Graphen von f in das Koordinatensystem der Anlage.
Geben Sie die maximale Definitions- und Wertemenge an.

Der Graph von f und die Geraden mit y = 0 und y = 6 begrenzen die Querschnittsfläche eines Pflanzenkübels (siehe Abbildung).
Eine Längeneinheit entspricht 10 cm.

b) Berechnen Sie den oberen Durchmesser d des Kübels (Angabe in cm).



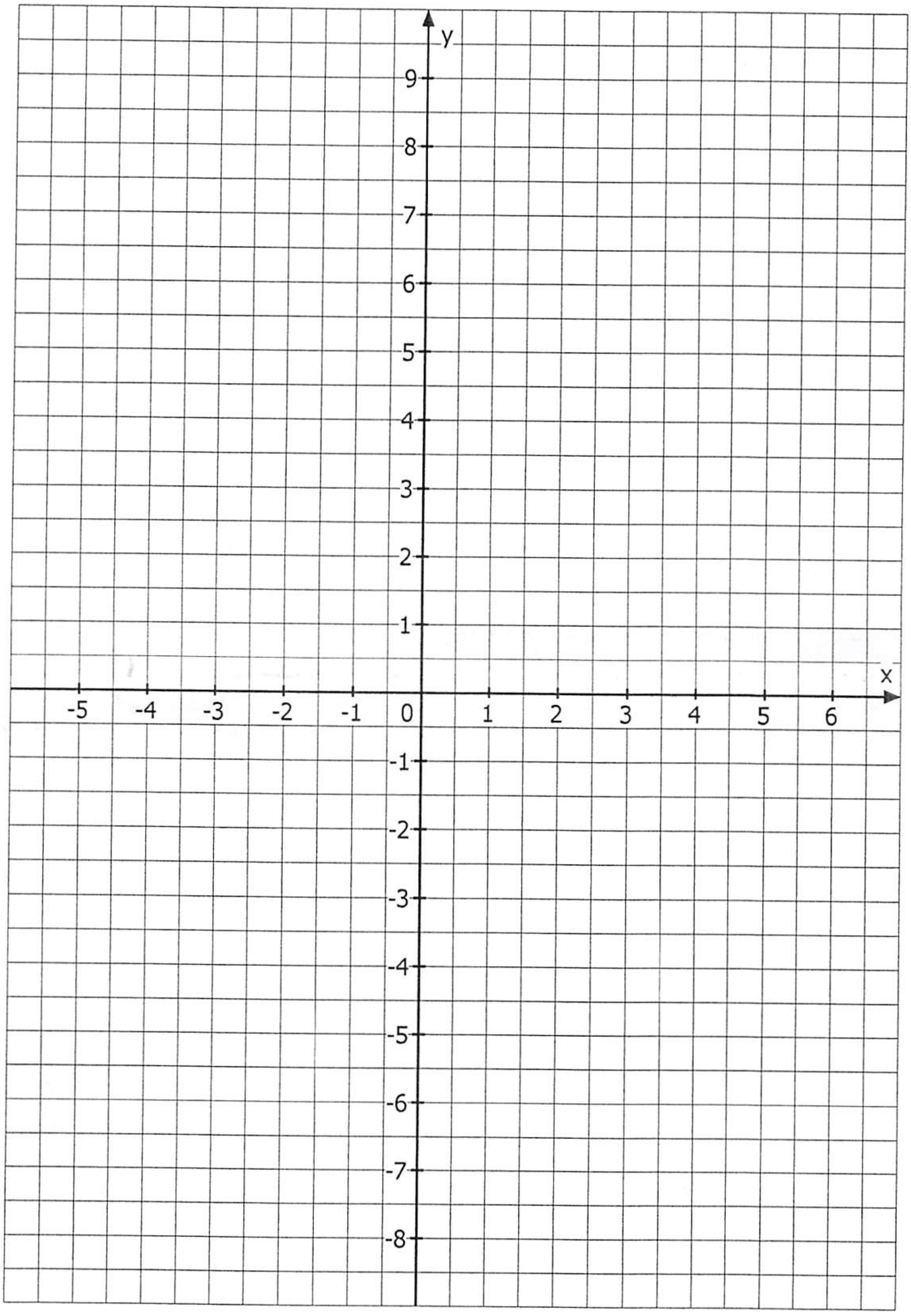
c) Ein kegelförmiger Behälter für Blumenerde wird von oben in den Kübel eingesetzt. Die Steigung m der Mantellinie s des Kegels an der Stelle $x_1 = \sqrt{8}$ beträgt $m = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{8}$ (siehe Abbildung).
Berechnen Sie das Volumen des Kegels (Angabe in Litern).

d) Ähnliche Pflanzenkübel kann man durch Funktionen g mit $g(x) = -\frac{16}{x^2} + a$ und $a > 0$ beschreiben. Die Querschnittsflächen werden ebenfalls oben und unten durch die Geraden mit y = 0 und y = 6 begrenzt.
Berechnen Sie den Wert für a so, dass der obere Durchmesser d des Kübels 40 cm beträgt.

Bewertungseinheiten:

1.1:	a)	b)	1.2:	a)	b)	c)	d)	Summe
	4	5		4	3	4	3	23

Anlage zu 1.2 a):

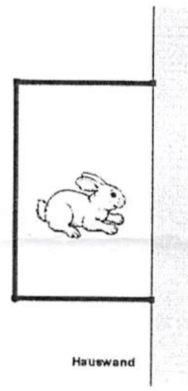


Aufgabe 2:

2.1

a) Im Jahr 1878 brachten Seeleute neun Kaninchen auf die Insel Macquarie. Nehmen Sie an, dass sich die Kaninchen jedes Jahr um 10% vermehrten.
- Berechnen Sie, wie viele Kaninchen es im Jahr 1978 auf der Insel gab.
- Eine Virenerkrankung reduzierte die Anzahl der Kaninchen. Im Jahr 1980 gab es nur noch 20000 Kaninchen.
  Ohne weitere Virenerkrankung betrug die Wachstumsrate in den folgenden Jahren wieder 10%.
  Berechnen Sie, in welchem Jahr es wieder mehr als 100000 Kaninchen gab.

b) Der Sprung eines Kaninchens kann näherungsweise durch eine Sinuskurve dargestellt werden: Der Graph in der Anlage zeigt die Sprünge eines Kaninchens. Der erste, dritte und fünfte Sprung wird durch die Gleichung $y = 0{,}8 \cdot \sin(0{,}5 \cdot \pi \cdot x)$ beschrieben.
x ist die Sprungweite und y die Sprunghöhe in Metern.
- Skalieren Sie die Koordinatenachsen.
  Geben Sie die Sprungweite und die maximale Sprunghöhe an.
- Geben Sie eine Gleichung für den zweiten, vierten und sechsten Sprung an.



c) Für Friedas Kaninchen wird ein Rasenstück in Form eines Rechtecks eingezäunt. Eine Seite des Rasenstücks wird durch eine Hauswand begrenzt. Für die übrigen drei Seiten stehen 10 m Zaun zur Verfügung. Der Flächeninhalt des Rechtecks soll möglichst groß sein.
- Begründen Sie, dass $A(x) = x \cdot (10 - 2x)$ eine Gleichung für den Flächeninhalt des Rechtecks ist.
- Ermitteln Sie die Seitenlängen und den Inhalt der größtmöglichen Fläche.

2.2

Eine Firma stellt Osterhasen und Ostereier aus Schokolade her.
1 cm^3 Schokolade wiegt 1,3 g.

a) Ein großer Schokoladenhase wiegt 1 kg.
Bestimmen Sie das Volumen der Schokolade (Angabe in Litern).

b) Die Firma konnte ihre Verkaufszahlen an Schokoladenhasen weltweit näherungsweise linear steigern (siehe Anlage).
Ermitteln Sie die Verkaufszahl für das Jahr 2016.

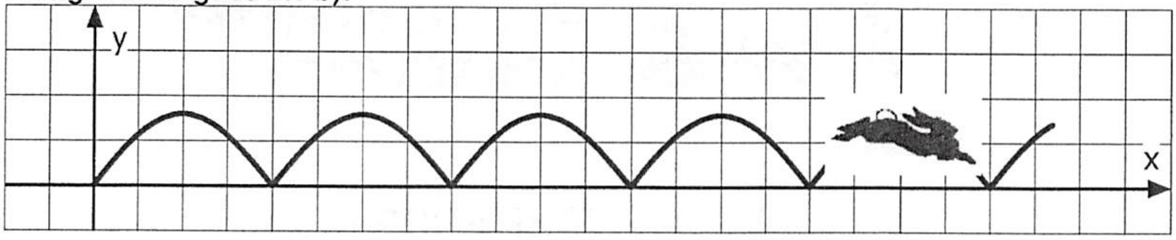
c) Maschinen können die Schokoladeneier nur mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% einwandfrei verpacken.
- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von vier Eiern alle einwandfrei verpackt sind.
- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von vier Eiern nur ein Ei fehlerhaft verpackt wurde.

d) Das größte hergestellte Schokoladenei ist 8,32 m hoch und an der dicksten Stelle 6,39 m breit. Es besteht aus 2000 kg Schokolade (siehe Anlage).
Nehmen Sie an, dass das Schokoladenei die Form einer Hohlkugel hat.
Der Außendurchmesser der Hohlkugel ist der Mittelwert aus der Höhe und der Breite des Eies.
Berechnen Sie die Dicke der Schokolade.

Bewertungseinheiten:

2.1:	a)	b)	c)	2.2:	a)	b)	c)	d)	Summe
	4	3	4		2	2	3	4	22

Anlage zu Aufgabe 2.1 b):



Anlage zu Aufgabe 2.2 b):

Anlage zu Aufgabe 2.2 d):