KULTUSMINISTER
KONFERENZ

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG ZUM EINTRITT IN DIE QUALIFIKATIONSPHASE DER GYMNASIALEN OBERSTUFE UND ZENTRALE KLASSENARBEIT AN DEUTSCHEN SCHULEN IM AUSLAND 2015

MATHEMATIK

06.11.2015

2. Nachtermin
Vorschlag B

Hinweise für die Lehrerinnen und Lehrer:
Es werden zwei Vorschläge (**A** und **B**) vorgelegt. Die Lehrkraft wählt **einen** davon aus. Alle Aufgaben des ausgewählten Prüfungsvorschlags sind zu bearbeiten.
Der Prüfungsvorschlag besteht aus zwei Teilen 1 und 2, die innerhalb von **135 Minuten** zu bearbeiten sind.

Teil 1 - hilfsmittelfreier Teil (Gewichtung 25% = 15 BE):
Dieser Teil ist in den Vorschlägen A und B identisch.
Die Aufgaben sind auf dem **Aufgabenblatt** zu lösen.
Die Arbeitszeit beträgt maximal **35 Minuten**.
Für die Bearbeitung der Aufgaben sind ausschließlich folgende Hilfsmittel zugelassen:
- Zeichengeräte
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Teil 1 wird spätestens 35 Minuten nach Arbeitsbeginn eingesammelt.
Anschließend sind weitere Hilfsmittel zugelassen.

Teil 2 (Gewichtung 75% = 45 BE):
Die zwei Aufgaben sind auf dem von der Schule gestempelten oder mit dem Kopfbogen der Schule versehenen Papier bzw. auf den Anlagen zu lösen.
Für die Bearbeitung der Aufgaben sind folgende **Hilfsmittel** zugelassen:
- die im Unterricht verwendete Formelsammlung
- nicht-programmierbarer und nicht-graphikfähiger Taschenrechner
- für Teil 1 zugelassene Hilfsmittel

Der Lösungsweg muss in Teil 1 und Teil 2 erkennbar sein.

Grundsätzliches zur Bewertung

Es werden nur ganze Bewertungseinheiten (BE) erteilt.
Die nachfolgend angegebenen Lösungen sind als Orientierungsrahmen zu verstehen. Für gleichwertige Leistungen ist die Verteilung der BE sinngemäß vorzunehmen.
Die pro Aufgabenteil erreichbare BE-Anzahl (Angabe in der rechten Randleiste) ist verbindlich.

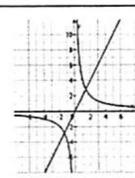
Bei schwerwiegenden und gehäuften Verstößen gegen die mathematische oder die äußere Form können insgesamt bis zu 2 BE abgezogen werden.

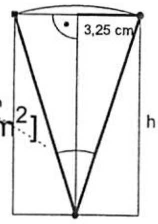
Wenn im Folgenden exakte Werte angegeben sind, so wird die volle Anzahl der BE auch dann erteilt, wenn der Prüfling Näherungswerte verwendet.

Verbindlicher Notenschlüssel:

Note	1	2	3	4	5	6
BE	60 – 51	50 - 42	41 - 33	32 – 24	23 - 12	11- 0

	Teil 1 (hilfsmittelfreier Teil)	**AFB**	**BE**
1.	D	I	1
2.	D	I	1
3.	C	II	1
4.	E	II	1
5.	D	II	1
6.	$80 = x^2 - (x-4)^2$; $80 = x^2 - x^2 + 8x - 16$; $x = 12\,[\text{cm}]$	II	3
7.	(I) $f(0) = -1 \;:\; b = -1$ (II) $f(2) = 1 \;:\; 4a - 1 = 1 \;;\; a = \frac{1}{2}$ Zeichnung	I/II	3
8.	Basiswinkel $\alpha = \beta = 56{,}5°$; $\alpha_1 = 56{,}5° - (90° - 67°) = 33{,}5°$	I	2
9.	Innenwinkel bei D ist 90° ($\overline{AB} \parallel \overline{CD}$); beide Innenwinkel bei S sind gleich groß (Scheitelwinkel); Hauptähnlichkeitssatz	III	2
	SUMME:		**15**

	Teil 2, Aufgabe 1:	**AFB**	**BE**
1.1 a)	Zeichnung  $D_{f;max} = W_{f;max} = \mathbb{R}\setminus\{0\}$	I	2 1
b)	$\frac{4}{x} = 10^6$; $x = 4 \cdot 10^{-6}$; damit: $0 < x \leq \frac{1}{250000}$	II	2
c)	Ansatz: $f(x) = g(x) \;;\; \frac{a^2}{x} = ax \;;\; x = \pm\sqrt{a}$ Für a > 0 gibt es immer zwei Schnittpunkte.	II III	2 1
d)	Ansatz: $\frac{a^2}{4} = 4a \;;\; a = 16 \;;\; S(4 \vert 64)$	II	2
1.2 a)	$A_{Ring} = \pi \cdot (r^2_{außen} - r^2_{innen}) \approx 1279{,}13\ [\text{cm}^2]$	I	2
b)	$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{3{,}25}{22{,}2} \;;\; \alpha \approx 16{,}84°$ Kreissektor: $A_\alpha = \frac{\pi \cdot (22{,}2)^2}{360°} \cdot 16{,}84° \approx 72{,}43\ [\text{cm}^2]$	II	5

		AFB	BE
	$A_{Rechteck} = 2 \cdot A_{Dreieck} = 3,25 \cdot h \quad \text{mit} \quad h = \sqrt{22,2^2 - 3,25^2}$ $A_{Rechteck} \approx 71,37 \ [cm^2]$ $A_{rot} = A_{Ring} + 2 \cdot (A_{Kreissektor} + A_{Rechteck}) \ ; \quad A_{rot} \approx 1566,70 \ [cm^2]$  Anteil: $\frac{A_{rot}}{A_{gesamt}} \approx 55,4\% \quad \text{mit} \quad A_{gesamt} = \pi \cdot r^2_{außen} \approx 2827,43 \ [cm^2]$		
c)	Man addiert noch einmal den Flächeninhalt des Streifens zum Inhalt der Fläche aus Abb. 1 und subtrahiert dann den Flächeninhalt des „Mittenquadrats“.	II	2
d)	• P(mindestens 1) = 1 – P(keins); $P(\text{mindestens } 1) = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{19}{27}$ • $P(e_i) = \frac{1}{27}$; $P(\text{drei verschiedene}) = 6 \cdot \frac{1}{27} = \frac{2}{9}$	II	4
	SUMME:		**23**

	Teil 2, Aufgabe 2:	**AFB**	**BE**
2.1 a)	Anzahl der Aufstiege: 0 | 1 | 2 | 3 | 4 Steighöhe in m: 3 | **2,10** | **1,47** | **1,03** | **0,72**	I	2
b)	$H(n) = 3 \cdot 0,7^n$	I	1
c)	$0,03 = 3 \cdot 0,7^n$; $0,01 = 0,7^n$; $n = \log_{0,7}(0,01) \approx 12,9$ Die Kugel kann 12-mal aufsteigen. (Probieren ist auch möglich.)	I/II	2
d)	Folgende Aspekte sind zu nennen: Dargestellt ist die Höhe der hüpfenden Kugel in Abhängigkeit von der Zeit. Die Maxima sind die in a) errechneten Höhen. Zunächst ist das Fallen aus 3 m Höhe dargestellt. Danach schließen sich die nächsten vier Aufstiege und das jeweilige Fallen der Kugel an.	III	4
e)	$0,32 = 3 \cdot q^{10}$; $q = \sqrt[10]{\frac{0,32}{3}} \approx 0,80$; also nimmt die maximale Steighöhe bei jedem Aufstieg um etwa 20% ab.	II	2
2.2 a)	1: $y = -\frac{1}{36}x^2 + 4$; 2: $y = -\frac{1}{36} \cdot x \cdot (x - 24)$	I/II	4
b)	1: $-\frac{1}{96} \le a \le -\frac{1}{36}$; $1,5 \le b \le 4$ 2: $1,5 = c \cdot 12 \cdot (12 - 24)$; $c = -\frac{1}{96}$; $-\frac{1}{96} \le c \le -\frac{1}{36}$; d = 24 (konstant)	II/III	4
c)	Nullstellen bei $x_1 = -8$ und $x_2 = 12$. Die Ballmaschine ist entweder 8 m oder 12 m vom Netz entfernt. Der Ball fliegt in 1,20 m Höhe über das Netz.	I/II	3
	SUMME:		**22**

	GESAMTSUMME:	**60**