KULTUSMINISTER
KONFERENZ

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG ZUM EINTRITT IN DIE QUALIFIKATIONSPHASE DER GYMNASIALEN OBERSTUFE UND ZENTRALE KLASSENARBEIT AN DEUTSCHEN SCHULEN IM AUSLAND 2015

MATHEMATIK

06.11.2015

2. Nachtermin
Vorschlag B

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und -teilnehmer:
Die schriftliche Prüfung besteht aus zwei Teilen 1 und 2, die innerhalb von **135 Minuten** zu bearbeiten sind.

Teil 1 - hilfsmittelfreier Teil (Gewichtung 25% = 15 BE):
Die Aufgaben sind auf dem **Aufgabenblatt** zu lösen.
Die Arbeitszeit beträgt maximal **35 Minuten.**
Für die Bearbeitung der Aufgaben sind ausschließlich folgende Hilfsmittel zugelassen:
- Zeichengeräte
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Anschließend sind weitere Hilfsmittel zugelassen.

Teil 2 (Gewichtung 75% = 45 BE):
Die zwei Aufgaben sind auf dem von der Schule gestempelten oder mit dem Kopfbogen der Schule versehenen Papier bzw. auf den Anlagen zu lösen.
Für die Bearbeitung der Aufgaben sind folgende **Hilfsmittel** zugelassen:
- die im Unterricht verwendete Formelsammlung
- nicht-programmierbarer und nicht-graphikfähiger Taschenrechner
- für Teil 1 zugelassene Hilfsmittel

Der Lösungsweg muss in Teil 1 und Teil 2 erkennbar sein.

Name, Vorname: ______________________________

In den Aufgaben 1 bis 5 ist von den jeweils fünf Auswahlmöglichkeiten genau eine Lösung richtig. Kreuzen Sie jeweils die richtige Lösung an.

BE

1. Der Bruch $\frac{1}{5000}$ kann auch dargestellt werden als — 1

A	B	C	D	E
$2 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^{-4}$	0,0005	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-3}$

2. Aus kleinen Würfeln mit der Kantenlänge 1,5 cm wird ein großer Würfel mit der Kantenlänge 9 cm zusammengesetzt.
Wie viele kleine Würfel braucht man dazu? — 1

A	B	C	D	E
256	729	128	216	432

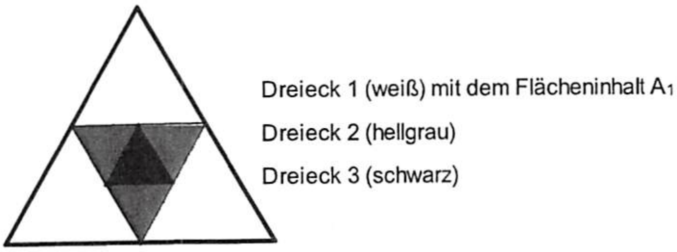
3. Eine Kerze brennt gleichmäßig ab. Nach einer Stunde Brenndauer hat die Kerze noch eine Länge von 7,5 cm. Nach vier Stunden Brenndauer hat sie nur noch eine Länge von 1,5 cm.
Die Anfangslänge der Kerze betrug — 1

A	B	C	D	E
90 mm	12 cm	95 mm	10 cm	10,5 cm

4. Eine Urne soll so mit farbigen Kugeln gefüllt werden, dass für das Ziehen der Kugeln die folgenden Wahrscheinlichkeiten gelten: — 1
$P(\text{weiß}) = \frac{2}{3}$, $P(\text{schwarz}) = \frac{1}{15}$, $P(\text{rot}) = \frac{1}{10}$ und $P(\text{blau}) = \frac{1}{6}$
Die kleinstmögliche Anzahl der Kugeln in der Urne beträgt

A	B	C	D	E
60	2700	90	150	30

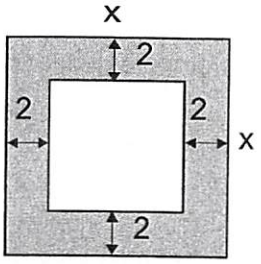
5. Das Dreieck 10 hat den Flächeninhalt — 1



A	B	C	D	E
$\left(\frac{1}{3}\right)^{10} \cdot A_1$	$\frac{1}{100} \cdot A_1$	$\left(\frac{1}{4}\right)^{10} \cdot A_1$	$\left(\frac{1}{4}\right)^{9} \cdot A_1$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{9} \cdot A_1$

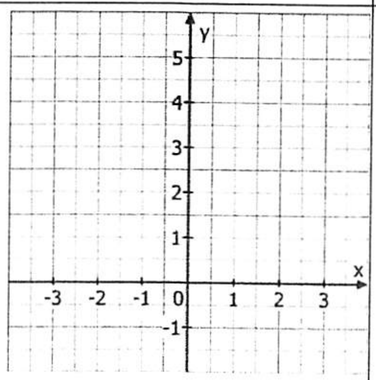
Name, Vorname: ______________________________ **Teil 1**

6. Ein 2 cm breiter quadratischer Rahmen hat einen Flächeninhalt von 80 cm^2.
Berechnen Sie die Seitenlänge x.



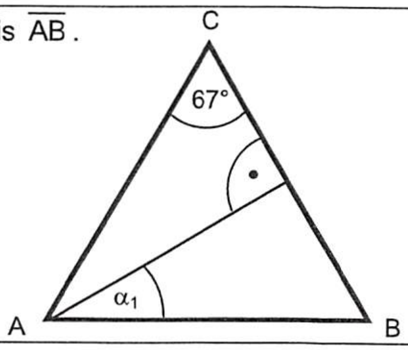
3

7. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = ax^2 + b$.
Die Punkte S(0|−1) und P(2|1) sind Punkte des Graphen der Funktion f.
Bestimmen Sie die Parameter a und b.
Zeichnen Sie den Graphen im gegebenen Koordinatensystem.



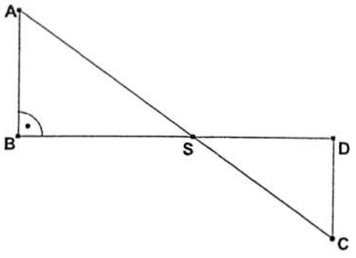
3

8. Das Dreieck ist gleichschenklig mit der Basis $\overline{AB}$.
Bestimmen Sie die Größe des Winkels α_1.



2

9. Es gilt: $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$
Begründen Sie, dass die Dreiecke ABS und SCD zueinander ähnlich sind.



2

Teil 1, erreichte Bewertungseinheiten BE (von maximal 15 BE):

Teil 2

Aufgabe 1:

1.1

Gegeben sind die Funktion f mit $f(x)=\frac{4}{x}$ und die Gerade g mit der Gleichung $g(x)=2\cdot x$.

a) Zeichnen Sie die Gerade g und den Graphen der Funktion f in einem gemeinsamen Koordinatensystem.
Geben Sie die maximale Definitions- und Wertemenge der Funktion f an.

b) Bestimmen Sie das Intervall, in dem gilt: $f(x)\geq 10^6$.

Nun betrachtet man Funktionen f mit $f(x)=\frac{a^2}{x}$ und Geraden g mit $g(x)=a\cdot x$. Es gilt $a\neq 0$.

c) Untersuchen Sie rechnerisch, für welche Werte von a die Gerade g den Graphen der Funktion f in zwei Punkten schneidet.

d) Es gibt einen Wert für den Parameter a, so dass sich die Gerade g und der Graph der Funktion f im Punkt S(4|f(4)) schneiden.
Bestimmen Sie die y-Koordinate des Punktes S.

1.2

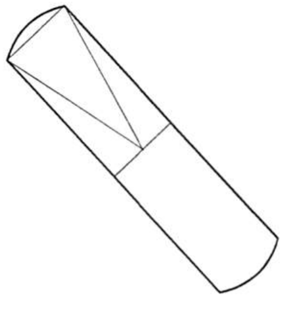
Die beiden Verkehrsschilder zum eingeschränkten und zum absoluten Halteverbot sind in den Farben Rot und Blau gestaltet. Der Ring und die Schrägstreifen sind rot, die Innenfläche ist blau. Der Durchmesser der Schilder beträgt 60 cm. Der rote Ring ist 7,8 cm breit, die Schrägstreifen sind 6,5 cm breit.


Abbildung 1


Abbildung 2

a) Ermitteln Sie den Flächeninhalt des roten Kreisrings.

b) Berechnen Sie den Anteil der roten Fläche auf dem Schild zum eingeschränkten Halteverbot (Abbildung 1).
Hinweis: Benutzen Sie zu Berechnungen am „Schrägstreifen" die nebenstehende Abbildung.



c) Beschreiben Sie, wie man den Flächeninhalt der roten Fläche auf dem Schild zum absoluten Halteverbot (Abbildung 2) ermitteln kann, wenn man den Flächeninhalt eines „Schrägstreifens" kennt.

d) Diese Verkehrsschilder werden in Deutschland in drei Größen verwendet. In einer Kleinstadt sind alle drei Größen gleichmäßig verteilt. Eva sieht auf einem Spaziergang drei dieser Schilder.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Eva mindestens ein Schild des größten Formats sieht.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die drei Schilder verschiedene Formate haben.

Bewertungseinheiten:

1.1:	a)	b)	c)	d)	1.2:	a)	b)	c)	d)	Summe
	3	2	3	2		2	5	2	4	23

Aufgabe 2:

2.1
Eine kleine Stahlkugel fällt aus 3 m Höhe auf einen ebenen Stahlboden und steigt dann bis zu einer niedrigeren Maximalhöhe wieder auf. Die maximale Steighöhe der „hüpfenden“ Kugel nimmt bei jedem nachfolgenden Aufsteigen um 30% ab.

a) Berechnen Sie die fehlenden Tabellenwerte.

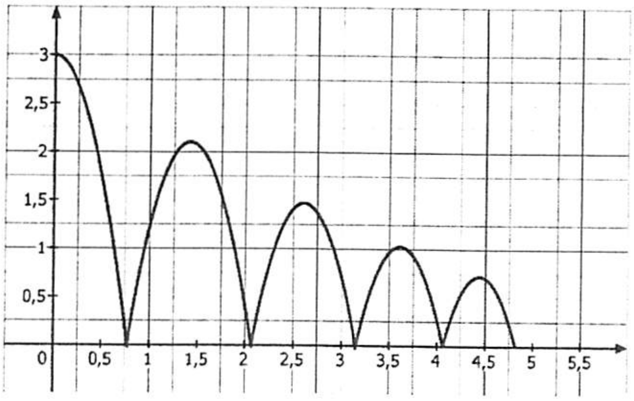
Anzahl der Aufstiege	0	1	2	3	4
Steighöhe in m	3				

b) Geben Sie eine Gleichung für die maximale Steighöhe H der Stahlkugel in Abhängigkeit von der Anzahl der Aufstiege an.

c) Ermitteln Sie, wie viele Male die Stahlkugel aufsteigen kann, bis die maximale Steighöhe weniger als 1% der Anfangshöhe (3 m) beträgt.

d) Interpretieren Sie den nebenstehenden Graphen im Sachzusammenhang.

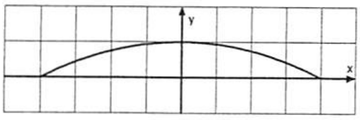
e) Nun fällt ein Hartgummiball aus 3 m Höhe. Beim zehnten Aufstieg erreicht er die maximale Steighöhe von 0,32 m. Berechnen Sie, um wie viel Prozent die maximale Steighöhe jedes Mal abnimmt.



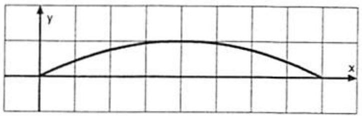
2.2
Eine Ballmaschine wirft Tennisbälle auf einer Parabelbahn senkrecht zur Netzebene über einen Tennisplatz. Der Abwurf erfolgt direkt über dem Boden. Der Ball fliegt genau 24 m weit.

a) Bestimmen Sie jeweils eine Gleichung der Wurfparabel für die folgenden Darstellungen, wenn für die y-Koordinate des Scheitelpunkts gilt: $y_S = 4$ m.

Koordinatensystem 1: $y = a \cdot x^2 + b$



Koordinatensystem 2: $y = c \cdot x \cdot (x - d)$



b) Ermitteln Sie, welche Werte die Parameter a und b beziehungsweise c und d annehmen können, wenn für die y-Koordinate des Scheitelpunkts gilt: $1{,}5\text{ m} \le y_S \le 4\text{ m}$.

c) Die Ballmaschine wirft nun die Tennisbälle entlang der Parabel mit der Gleichung $y = -\frac{1}{80} \cdot (x + 8) \cdot (x - 12)$. Die y-Achse liegt in der Netzebene.

- Ermitteln Sie die möglichen Entfernungen der Ballmaschine von der Netzebene.
- Entscheiden Sie, ob ein Ball auf dieser Bahn über das 1 m hohe Netz fliegen wird.

Bewertungseinheiten:

2.1:	a)	b)	c)	d)	e)	2.2:	a)	b)	c)	Summe
	2	1	2	4	2		4	4	3	22