



**SCHRIFTLICHE PRÜFUNG
ZUM EINTRITT IN DIE QUALIFIKATIONSPHASE
DER GYMNASIALEN OBERSTUFE
UND
ZENTRALE KLASSENARBEIT
AN DEUTSCHEN SCHULEN IM AUSLAND
2015**

MATHEMATIK

05.03.2015

**Zeitzone MITTE
Vorschlag B**

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und -teilnehmer:

Die schriftliche Prüfung besteht aus zwei Teilen 1 und 2, die innerhalb von **135 Minuten** zu bearbeiten sind.

Teil 1 - hilfsmittelfreier Teil (Gewichtung 25% = 15 BE):

Die Aufgaben sind auf dem **Aufgabenblatt** zu lösen.

Die Arbeitszeit beträgt maximal **35 Minuten**.

Für die Bearbeitung der Aufgaben sind ausschließlich folgende Hilfsmittel zugelassen:

- Zeichengeräte
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Anschließend sind weitere Hilfsmittel zugelassen.

Teil 2 (Gewichtung 75% = 45 BE):

Die zwei Aufgaben sind auf dem von der Schule gestempelten oder mit dem Kopfbogen der Schule versehenen Papier bzw. auf den Anlagen zu lösen.

Für die Bearbeitung der Aufgaben sind folgende **Hilfsmittel** zugelassen:

- die im Unterricht verwendete Formelsammlung
- nicht-programmierbarer und nicht-graphikfähiger Taschenrechner
- für Teil 1 zugelassene Hilfsmittel

Der Lösungsweg muss in Teil 1 und Teil 2 erkennbar sein.

In den Aufgaben 1 bis 5 ist von den jeweils fünf Auswahlmöglichkeiten genau eine Lösung richtig. Kreuzen Sie jeweils die richtige Lösung an. BE:

1. Eine Schülergruppe verkauft anlässlich eines Schulfestes ein Saftgetränk, das sie aus 60% Mineralwasser und 40% Kirschsft herstellt. Das Saftgetränk wird in 0,2-Liter-Bechern verkauft. Entscheiden Sie durch Ankreuzen, welche Getränkemengen ein solcher Becher enthält. 1

- A 0,15 l Wasser und 0,05 l Saft
- B 160 ml Wasser und 40 ml Saft
- C 120 ml Wasser und 80 ml Saft
- D 80 ml Wasser und 120 ml Saft
- E 0,14 l Wasser und 0,06 l Saft

2. In New York zahlt man in Restaurants für Speisen und Getränke zusätzlich eine Steuer (sales tax) von 9% und ein Trinkgeld (tip) von 20%. Familie Bauer sucht sich Speisen und Getränke für 80 Dollar aus. Mit „tip and tax“ sind das 1

- | | | | | |
|--------|-----------|-----------|-----------|----------|
| A | B | C | D | E |
| 109 \$ | 106,80 \$ | 104,64 \$ | 103,20 \$ | 87,20 \$ |

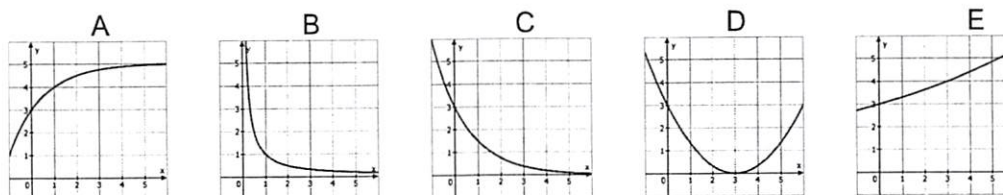
3. Medizinisch wertlose Tabletten (Placebos) erzielen bei vielen Patienten die gleiche Wirkung wie gleich aussehende echte Tabletten. In einer Schachtel befinden sich fünf Beruhigungstabletten und ein Placebo. Ein Patient erhält zwei Tabletten aus dieser Schachtel. Die Wahrscheinlichkeit für zwei echte Tabletten beträgt 1

- | | | | | |
|---------------------------------|-----------------------------|----------------------------------|------------------------------|---------------------------------|
| A | B | C | D | E |
| $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6}$ | $\frac{5}{6} + \frac{4}{5}$ | $1 - \left(\frac{1}{6}\right)^2$ | $\left(\frac{5}{6}\right)^2$ | $\frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5}$ |

4. Gegeben ist ein Würfel mit der Kantenlänge a. Verdoppelt man die Kantenlänge, dann erhält man 1

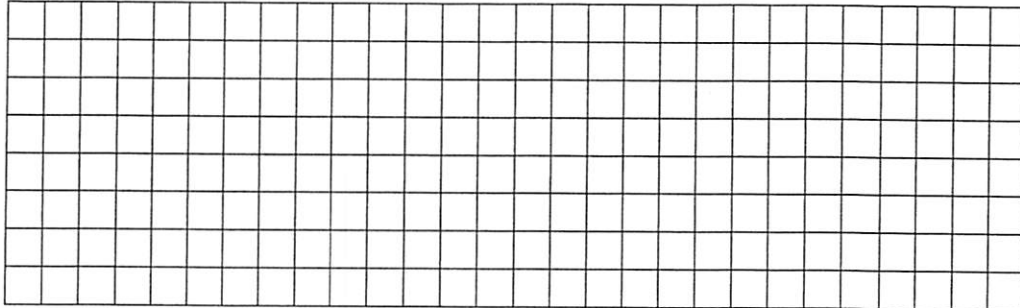
- A die vierfache Summe der ursprünglichen Kantenlängen.
- B den vierfachen Oberflächeninhalt.
- C die vierfache Länge der Raumdiagonalen.
- D die vierfache Länge der Diagonalen einer Seitenfläche.
- E das vierfache Volumen.

5. Welcher dieser Graphen gehört zur Funktion f mit $f(x) = 3 \cdot 2^{-x}$? 1

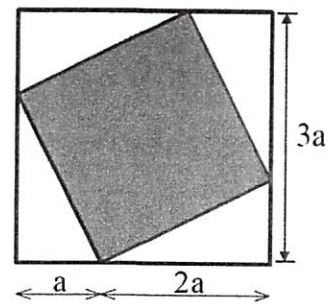
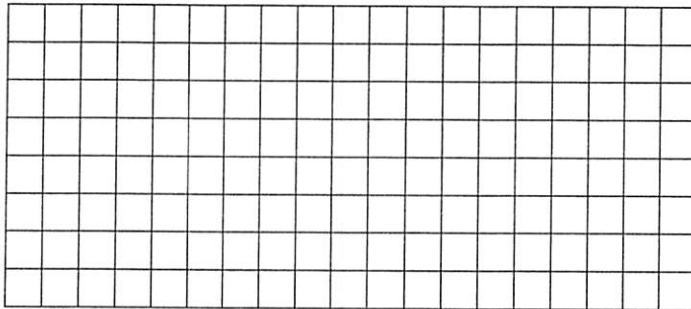


6. Gegeben ist die Parabel p mit der Gleichung $y = -x^2 + 8x - 12$. 3
 Die Gerade g schneidet die Parabel p in den Punkten $P_1(3|3)$ und $P_2(7|y_2)$.

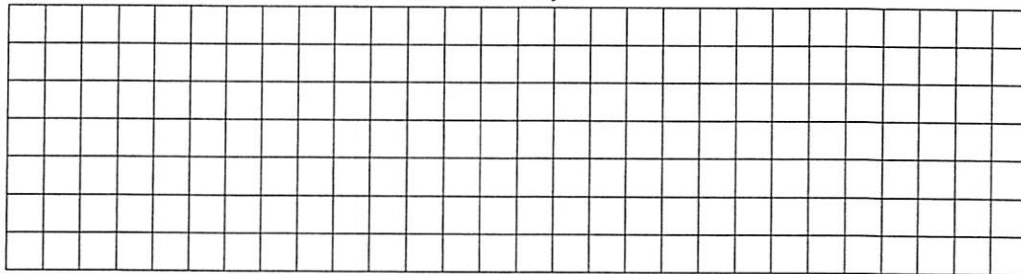
Ermitteln Sie eine Gleichung der Geraden g .



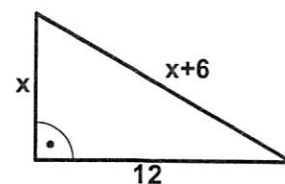
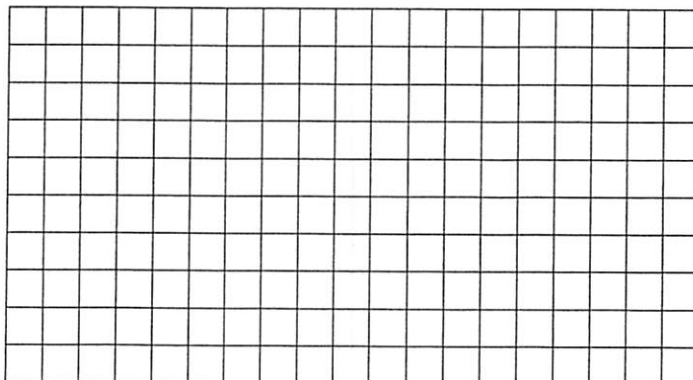
7. Bestimmen Sie einen möglichst einfachen Term für den Flächeninhalt des grau markierten Quadrats. 3



8. Lösen Sie das Gleichungssystem: 2
 $6x + 5y = -2$
 $2x + y = 6$



9. Berechnen Sie die Länge der Kathete x . 2



Teil 1, erreichte Bewertungseinheiten BE (von maximal 15 BE):

Aufgabe 1:

1.1

Auf der Terrasse einer Skihütte beträgt die Temperatur 0°C . Toni bestellt sich einen Becher mit heißer Schokolade. Wie in der Anlage dargestellt, kühlt diese mit der Zeit ab.

- a) Geben Sie die Anfangstemperatur an.
- b) Begründen Sie mithilfe des Graphen, dass exponentielles Verhalten vorliegt.
- c) Ermitteln Sie eine mögliche Funktionsgleichung.
- d) Kommentieren Sie mathematisch angemessen folgende zwei Aussagen:
 Toni: „Die Temperatur der heißen Schokolade nimmt in jeder Minute um etwa 5% ab.“
 Alex: „100% sind dann also 20 min: Die heiße Schokolade ist damit nach etwa 20 min schon fast gefroren. Du musst Dich mit dem Austrinken beeilen, Toni!“

1.2

Nun wird es Toni doch zu kalt und er geht in die 22°C warme Skihütte. Dort bestellt er nochmals einen Becher mit heißer Schokolade und misst die Temperatur seiner heißen Schokolade.

x in min	0	5	10	15	20
y in $^{\circ}\text{C}$	80,0	69,3	60,6	53,4	47,6

- a) Zeichnen Sie die Wertepaare in das Koordinatensystem der Anlage ein und skizzieren Sie den weiteren Verlauf des Abkühlungsprozesses.
 Vergleichen Sie diesen Abkühlungsprozess mit demjenigen aus 1.1.
- b) Begründen Sie, dass diese Abkühlung mit einer Gleichung der Form $y = a \cdot b^x + c$ beschrieben werden kann.
 Bestimmen Sie die Werte für a, b und c.

1.3

Toni bezweifelt, dass in die zylinderförmigen Becher tatsächlich 0,3 Liter heiße Schokolade eingefüllt wurden. Toni misst einen Innendurchmesser von 6,3 cm. Die heiße Schokolade reicht bis in 9,4 cm Höhe.

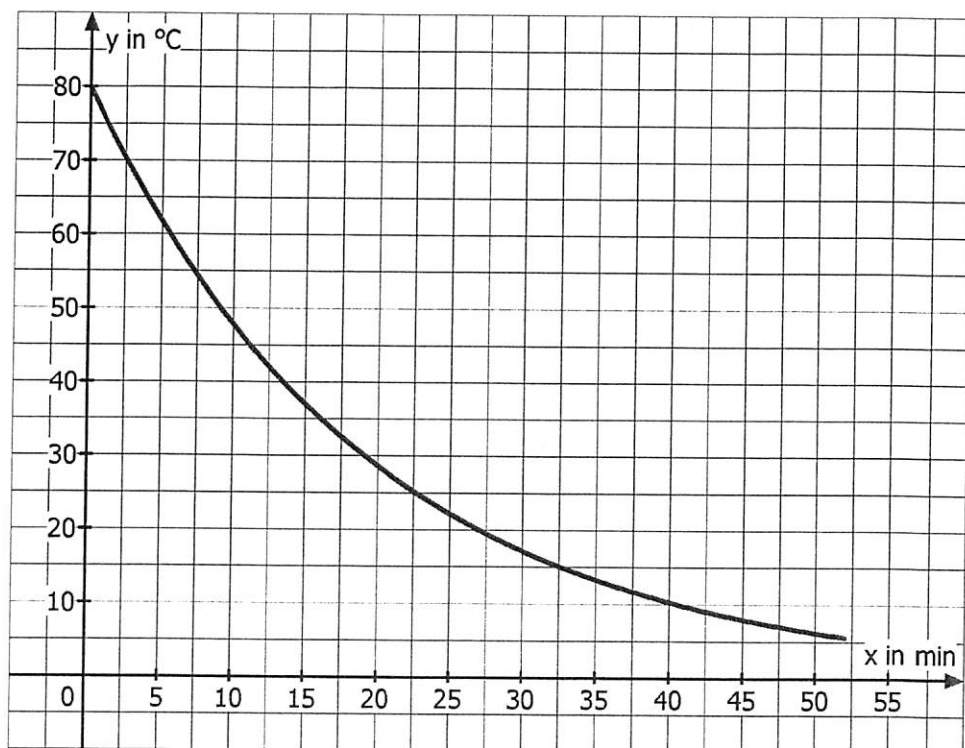


- a) Überprüfen Sie, ob sich in Tonis Becher 0,3 l befinden.
- b) Die Abfüllmaschine füllt auf Knopfdruck 0,3 l heiße Schokolade in die Becher. Allerdings garantiert dies der Hersteller nur zu 90%; d.h. in 10% der Fälle ist zu wenig heiße Schokolade im Becher.
 Toni will nun auch für seine Freunde jeweils einen Becher heiße Schokolade bestellen. Bestimmen Sie mithilfe eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeit dafür, dass frühestens im dritten Becher zu wenig heiße Schokolade enthalten ist.

Bewertungseinheiten:

1.1	a)	b)	c)	d)	1.2	a)	b)	1.3	a)	b)	Summe
	1	2	3	3		3	4		3	3	22

Anlage zu Aufgabe 1:



Aufgabe 2:

Eine große Hotelkette legt in den Bädern Seifenstücke in der Form eines Zylinders bereit. Die Seifenstücke haben die Masse 45 g. Die Zylinder haben einen Durchmesser von 4,4 cm und eine Höhe von 2,7 cm.



- a) Ermitteln Sie, wie viel Gramm ein Kubikzentimeter dieser Seife wiegt.
- b) Nehmen Sie an, dass die Seife beim Händewaschen überall gleichmäßig abgenutzt wird. Die Zylinderform soll dabei erhalten bleiben. Pro Händewaschen wird im Durchschnitt 1 g Seife verbraucht.
- Berechnen Sie das Volumen der Seife nach zehn Mal Händewaschen.
 - Erläutern Sie die Rechnung im folgenden Kasten.

$31,9 = \pi \cdot (2,2 - x)^2 \cdot (2,7 - 2x)$ $x \approx 0,15 \text{ [cm]}$

- c) Die Seifen werden zu je 25 Stück wie in Abbildung 1 in einer Schachtel verpackt. Entscheiden Sie mithilfe einer Rechnung, ob die Anordnung nach Abbildung 2 in dieser Schachtel eine Reihe Seifenstücke mehr zulässt.

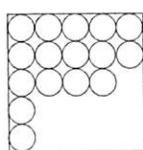


Abbildung 1

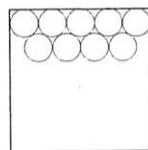


Abbildung 2

- d) Das Hotel ersetzt die Zylinderform der Seifenstücke durch Kugeln mit der gleichen Masse. Je 25 Seifenkugeln sind wie in Abbildung 1 verpackt.
- Berechnen Sie den prozentualen Anteil der Luft in einer solchen Verpackung.
 - Ermitteln Sie die Maße des Verpackungskartons.
- e) Da die Hotelgäste im Durchschnitt nur wenige Tage bleiben, sollen in Zukunft kleinere Seifenstücke in Quaderform verwendet werden. Das Volumen eines 20 g - Stücks dieser neuen Seife beträgt $18,2 \text{ cm}^3$. Die Kantenlängen des Quaders sollen sich wie 1 : 2 : 3 verhalten. Berechnen Sie diese Kantenlängen.
- f) Eine Firma verkauft 300 g – Seifenstücke für 5,40 €. In einer Werbeaktion gibt es beim Kauf einer solchen Seife kostenlos kleine 20 g – Seifenstücke der gleichen Seife dazu. Deren Anzahl wird mit einem Glücksrad ermittelt. Damit reduziert sich also der Preis pro 100 g Seife in Abhängigkeit von der Anzahl der kostenlosen Seifenstücke.
- Berechnen Sie die fehlenden Tabellenwerte.
 - Geben Sie einen Term an, mit dem man den Preis für 100 g Seife in Abhängigkeit von der Anzahl der kostenlosen Seifenstücke berechnen kann.

Anzahl der 20 g - Seifenstücke	1	3	5	10
Gesamtpreis pro 100 g Seife in €			1,35	

Bewertungseinheiten:

a)	b)	c)	d)	e)	f)	Summe
2	4	4	6	4	3	23