



**KULTUSMINISTER
KONFERENZ**

**SCHRIFTLICHE PRÜFUNG
ZUM EINTRITT IN DIE QUALIFIKATIONSPHASE
DER GYMNASIALEN OBERSTUFE
UND
ZENTRALE KLASSENARBEIT
AN DEUTSCHEN SCHULEN IM AUSLAND
2015**

MATHEMATIK

06.11.2015

**2. Nachtermin
Vorschlag A**

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und -teilnehmer:

Die schriftliche Prüfung besteht aus zwei Teilen 1 und 2, die innerhalb von **135 Minuten** zu bearbeiten sind.

Teil 1 - hilfsmittelfreier Teil (Gewichtung 25% = 15 BE):

Die Aufgaben sind auf dem **Aufgabenblatt** zu lösen.

Die Arbeitszeit beträgt maximal **35 Minuten**.

Für die Bearbeitung der Aufgaben sind ausschließlich folgende Hilfsmittel zugelassen:

- Zeichengeräte
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Anschließend sind weitere Hilfsmittel zugelassen.

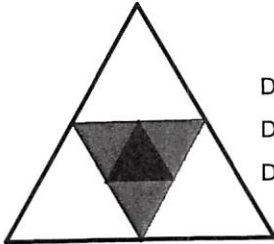
Teil 2 (Gewichtung 75% = 45 BE):

Die zwei Aufgaben sind auf dem von der Schule gestempelten oder mit dem Kopfbogen der Schule versehenen Papier bzw. auf den Anlagen zu lösen.

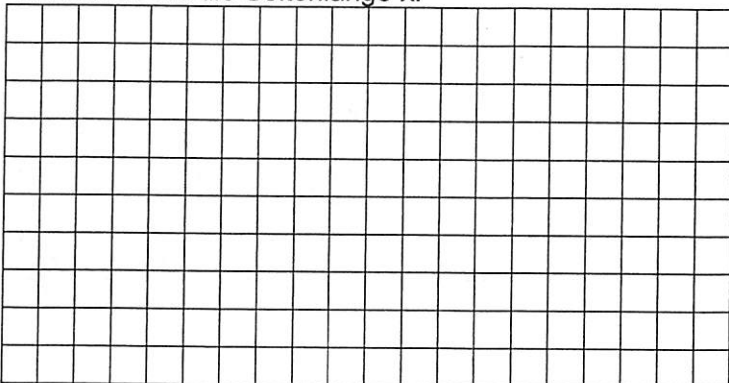
Für die Bearbeitung der Aufgaben sind folgende **Hilfsmittel** zugelassen:

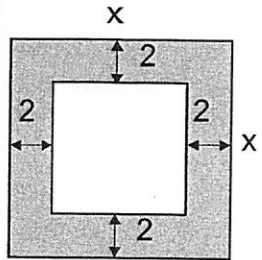
- die im Unterricht verwendete Formelsammlung
- nicht-programmierbarer und nicht-graphikfähiger Taschenrechner
- für Teil 1 zugelassene Hilfsmittel

Der Lösungsweg muss in Teil 1 und Teil 2 erkennbar sein.

In den Aufgaben 1 bis 5 ist von den jeweils fünf Auswahlmöglichkeiten genau eine Lösung richtig. Kreuzen Sie jeweils die richtige Lösung an.	BE
1. Der Bruch $\frac{1}{5000}$ kann auch dargestellt werden als A $2 \cdot 10^4$ B $5 \cdot 10^{-4}$ C 0,0005 D $2 \cdot 10^{-4}$ E $2 \cdot 10^{-3}$	1
2. Aus kleinen Würfeln mit der Kantenlänge 1,5 cm wird ein großer Würfel mit der Kantenlänge 9 cm zusammengesetzt. Wie viele kleine Würfel braucht man dazu? A 256 B 729 C 128 D 216 E 432	1
3. Eine Kerze brennt gleichmäßig ab. Nach einer Stunde Brenndauer hat die Kerze noch eine Länge von 7,5 cm. Nach vier Stunden Brenndauer hat sie nur noch eine Länge von 1,5 cm. Die Anfangslänge der Kerze betrug A 90 mm B 12 cm C 95 mm D 10 cm E 10,5 cm	1
4. Eine Urne soll so mit farbigen Kugeln gefüllt werden, dass für das Ziehen der Kugeln die folgenden Wahrscheinlichkeiten gelten: $P(\text{weiß}) = \frac{2}{3}$, $P(\text{schwarz}) = \frac{1}{15}$, $P(\text{rot}) = \frac{1}{10}$ und $P(\text{blau}) = \frac{1}{6}$ Die kleinstmögliche Anzahl der Kugeln in der Urne beträgt A 60 B 2700 C 90 D 150 E 30	1
5. Das Dreieck 10 hat den Flächeninhalt <div style="text-align: center;">  </div> Dreieck 1 (weiß) mit dem Flächeninhalt A_1 Dreieck 2 (hellgrau) Dreieck 3 (schwarz) A $\left(\frac{1}{3}\right)^{10} \cdot A_1$ B $\frac{1}{100} \cdot A_1$ C $\left(\frac{1}{4}\right)^{10} \cdot A_1$ D $\left(\frac{1}{4}\right)^9 \cdot A_1$ E $\left(\frac{1}{3}\right)^9 \cdot A_1$	1

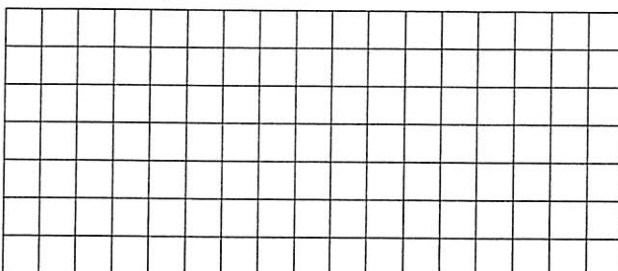
6. Ein 2 cm breiter quadratischer Rahmen hat einen Flächeninhalt von 80 cm^2 . Berechnen Sie die Seitenlänge x .

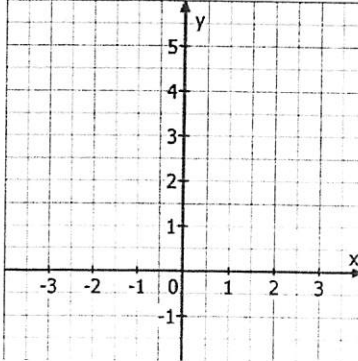




3

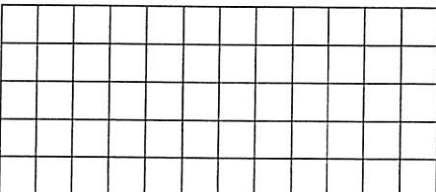
7. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = ax^2 + b$. Die Punkte $S(0|-1)$ und $P(2|1)$ sind Punkte des Graphen der Funktion f . Bestimmen Sie die Parameter a und b . Zeichnen Sie den Graphen im gegebenen Koordinatensystem.

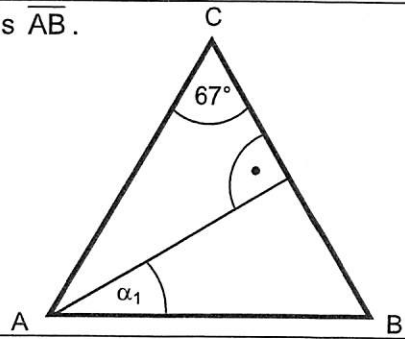




3

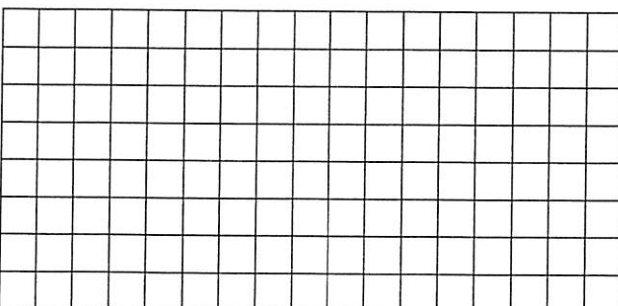
8. Das Dreieck ist gleichschenkelig mit der Basis \overline{AB} . Bestimmen Sie die Größe des Winkels α_1 .

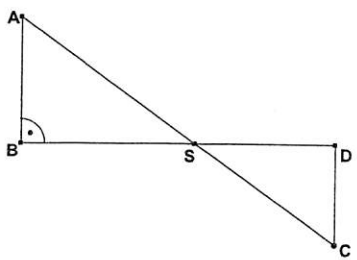




2

9. Es gilt: $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$. Begründen Sie, dass die Dreiecke ABS und SCD zueinander ähnlich sind.





2

Teil 1, erreichte Bewertungseinheiten BE (von maximal 15 BE):

Aufgabe 1:

1.1

Ein Riesenrad hat den Durchmesser $d = 30$ m. Die Gondeln zum Einsteigen halten in 3 m Höhe. Eine Gondel benötigt genau 120 Sekunden für eine volle Umdrehung.



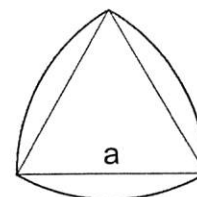
- a) Berechnen Sie die Umlaufgeschwindigkeit einer Gondel.

Die Funktion h beschreibt die Höhe der Gondel während der Fahrt in Abhängigkeit von der Zeit.

- b) Begründen Sie, dass die Funktion h eine periodische Funktion ist.
- c) Die Funktion h kann beschrieben werden mit der Gleichung:
 $h(t) = a \cdot \cos(b \cdot t) + c$ mit t in s und $h(t)$ in m.
 Begründen Sie, dass für die Parameter gilt: $a = -15$; $b = \frac{\pi}{60}$; $c = 18$.
- d) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion h in das Koordinatensystem der Anlage.
- e) Geben Sie die Gleichung für h an, wenn sich das Riesenrad doppelt so schnell dreht.

1.2

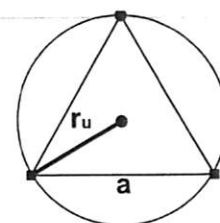
Gegeben ist ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge a . Zeichnet man um alle Eckpunkte des Dreiecks Kreisbögen mit dem Radius a , so entsteht ein Reuleaux-Dreieck (siehe Abbildung). Reuleaux-Dreiecke findet man zum Beispiel bei Knöpfen.



- a) Bestimmen Sie den Umfang eines Reuleaux-Dreiecks
- für $a = 1$ cm
 - für allgemeines a
- b) Zeigen Sie, dass für den Flächeninhalt A_R eines Reuleaux-Dreiecks gilt:

$$A_R = \frac{1}{2} \cdot (\pi - \sqrt{3}) \cdot a^2$$

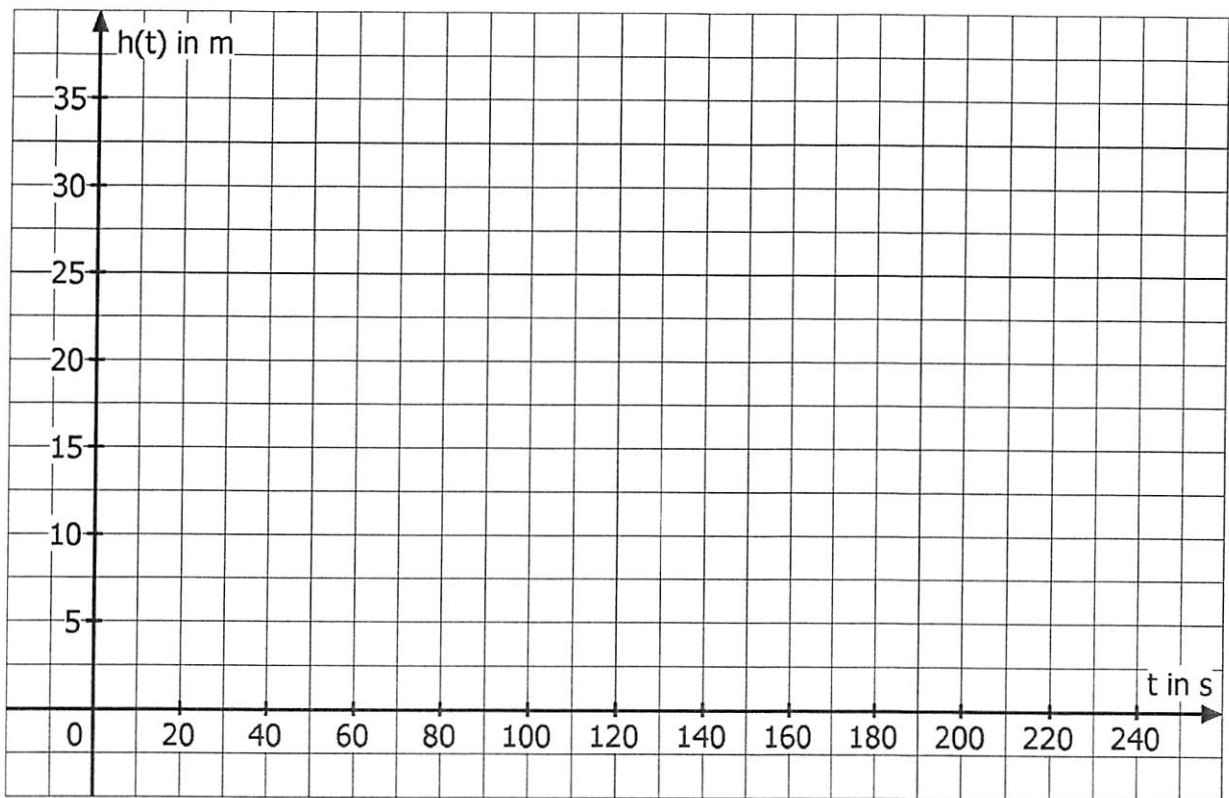
- c) Betrachten Sie nun einen kreisförmigen Knopf. Der Kreis ergibt sich als Umkreis eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge 1 cm.
- Weisen Sie nach, dass für den Radius des Umkreises gilt: $r_u = \frac{1}{3} \sqrt{3}$ cm.
 - Bestimmen Sie, wie viel Prozent Material man mit dem Reuleaux-Knopf gegenüber dem kreisförmigen Knopf bei gleicher Dicke einspart.



Bewertungseinheiten:

1.1:	a)	b)	c)	d)	e)	1.2:	a)	b)	c)	Summe
	2	1	3	3	1		3	5	5	23

Anlage zu Aufgabe 1.1:



Aufgabe 2:

2.1

Eine Kegelkerze hat die Höhe $h_K = 20$ cm und den Grundkreisradius $r = 3,25$ cm. Die Brenndauer ist mit 30 Stunden angegeben.



- a) Berechnen Sie das Volumen und die Masse der Kerze, wenn 1 cm^3 Kerzenwachs $0,95$ g wiegt.
- b) Weisen Sie nach, dass für das bereits abgebrannte Volumen der Kerze gilt:

$$V_B(t) \approx 7,37 \frac{\text{cm}^3}{\text{h}} \cdot t$$
 ; Brenndauer t in Stunden.

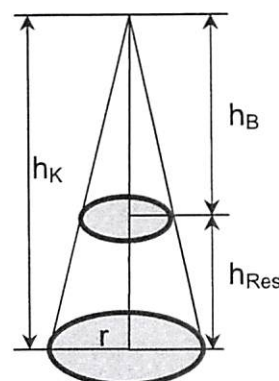
c) Ermitteln Sie die Zeit, nach der die Kerze bis auf die halbe Höhe abgebrannt ist.

d) Mit dem Ansatz $h_{\text{Rest}}(t) = h_K - h_B(t)$ kann man die Höhe der Kerze in Abhängigkeit von der Brenndauer berechnen.

- Erklären Sie diesen Ansatz.
- Geben Sie die Funktionsgleichung $h_{\text{Rest}}(t)$ für die gegebenen

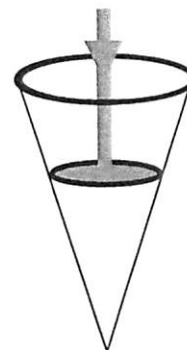
Werte an, wenn gilt:
$$h_B(t) = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot V_B(t) \cdot h_K^2}{\pi \cdot r^2}}$$

- Skizzieren Sie den Graphen für die Kerzenhöhe h_{Rest} in Abhängigkeit von der Brenndauer mithilfe einer geeigneten Wertetabelle in ein Koordinatensystem.

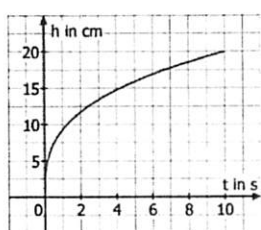


2.2

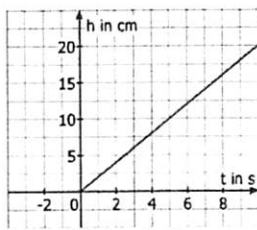
Die Kegelkerzen werden aus flüssigem Wachs gegossen. Das Eingießen erfolgt gleichmäßig.



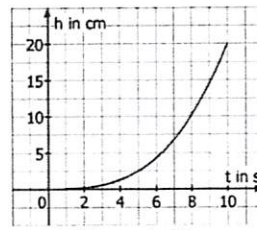
a) Ordnen Sie diesem Vorgang den entsprechenden Füllgraphen zu und begründen Sie Ihre Wahl.



Füllgraph I



Füllgraph II



Füllgraph III

- b) Nennen Sie eine Kerzenform, die zu einem von Ihnen nicht gewählten Füllgraphen passt und begründen Sie Ihre Entscheidung.
- c) Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Kerze bereits deutlich früher erlischt, beträgt 10%.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass keine Kerze aus einem Fünferpack früher erlischt.
 - Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei drei gekauften Fünferpackungen alle drei Packungen in Ordnung sind.

Bewertungseinheiten:

2.1:	a)	b)	c)	d)	2.2:	a)	b)	c)	Summe
	3	2	4	7		2	1	3	22